

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**DESARROLLO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO
DE FALLAS BASADO EN OBSERVADORES
UTILIZANDO REPRESENTACIONES POLITÓPICAS
DE SISTEMAS NO LINEALES APLICADO A UN
PROCESO HIDRÁULICO DE CUATRO TANQUES
ACOPLADOS**

Tesis para optar el grado de:

Magíster en Ingeniería de Control y Automatización

Autor: Rossy Uscamaita Quispetupa

Asesor: Ph.D Gustavo Pérez Zúñiga

Miembros del Jurado:

MSc. Pedro Crisóstomo Romero

Ph.D Gustavo Pérez Zúñiga

Ph.D Juan Sotomayor Moriano

LIMA - PERÚ

2017

Resumen

Se presenta el diseño de un esquema para la detección, aislamiento y estimación de fallas basados en observadores de entrada desconocida (UIO, por sus siglas en inglés) y observadores proporcionales integrales (PIO, por sus siglas en inglés). Para sistemas no lineales usando representaciones politópicas de sistemas lineales variables (LPV, por sus siglas en inglés), aplicados a un proceso hidráulico de cuatro tanques.

Para la obtener la representación LPV politópica del proceso hidráulico se considera 2 parámetros variables (válvulas de ingreso de flujo de agua a los tanques del proceso). Estos valores son conocidos ya que se contará con sensores de flujo de en la planta que se instalara en el Laboratorio de Control Avanzado del Departamento de Ingeniería de la PUCP.

Al utilizar observadores para los esquemas de diagnóstico de fallas, conlleva a que se deba tener una buena convergencia de estados estimados y que el error de estimación tienda a cero, ya que caso contrario se puede dar falsas alarmas. Esto se puede lograr con los observadores: de entrada desconocida que desacopla a las incertidumbres y los observadores proporcionales integrales que estiman a la perturbación que acompaña al proceso. La estabilidad de los observadores politópicos estará garantizada por la asignación de polos establecida a través de la matriz de desigualdades lineales (LMI, por sus siglas en inglés).

El aislamiento de las fallas se realizó gracias al esquema de bancos de observadores generalizado; mientras que la estimación se realizó de manera simultánea a la estimación de estados, con ayuda de los observadores aumentados.

Se implementó un algoritmo de Diagnóstico de Fallas en sensores y actuadores en el software RSlogix5000, este algoritmo fue descargado en un PLC virtual. Se elaboró también una interfaz gráfica en el software Factory Talk View que permite monitorear las variables controladas y diagnosticar de forma visual.

Dedicatoria

La presente tesis está dedicada a mis padres y hermana, quienes siempre estuvieron brindándome su apoyo y consejos para hacer de mí una mejor persona.

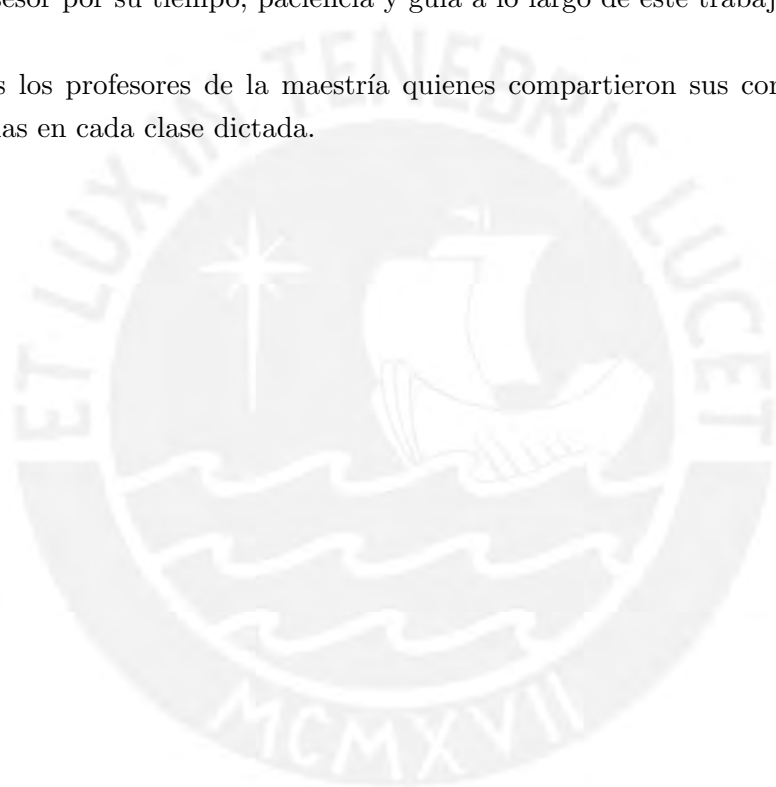


Agradecimientos

Agradezco a Dios por darme la vida y hacer posible la realización de este trabajo.

A mi asesor por su tiempo, paciencia y guía a lo largo de este trabajo.

A todos los profesores de la maestría quienes compartieron sus conocimientos y experiencias en cada clase dictada.



Agradecimientos

Agradezco la subvención de FONDECYT - CONCYTEC a través del convenio 2015-034 FONDECYT, en el marco del cual se desarrolló la presente tesis: **"Desarrollo de un sistema de diagnóstico de fallas basado en observadores utilizando representaciones politópicas de sistemas no lineales aplicado a un proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados"**.



Índice general

Introducción	5
1 Estudio de los Sistemas de Diagnóstico de Fallas en Sistemas de Tanques	7
1.1 Introducción	7
1.2 Diagnóstico de Fallas	8
1.3 Métodos de diagnóstico de fallas	8
1.3.1 Clasificación	8
1.3.2 Diagnóstico basado en redundancia de hardware	8
1.3.3 Diagnóstico procesamiento de señales	8
1.3.4 Diagnóstico basado en pruebas plausibles	9
1.3.5 Diagnóstico basado en redundancia analítica	9
1.4 Generación residual basada en observadores	11
1.4.1 Introducción	11
1.4.2 Esquemas de observadores	12
1.5 Generación residual basada en estimación de parámetros	13
1.5.1 Generalidades	13
1.5.2 Estimación en lazo cerrado	13
1.6 Evaluación residual	14
1.7 Estado del Arte de los Sistemas de Diagnósticos de Fallas	15
1.8 Sistema de cuatro tanques	20
1.8.1 Introducción	20
1.8.2 Tipos de fallas	20
1.8.3 Sistemas con tanques en la industria	23
1.9 Planteamiento del problema	25
1.10 Objetivos	26
1.10.1 Objetivos Específicos	26
2 Modelamiento del Sistema de Cuatro Tanques	27
2.1 Introducción	27
2.2 Sistema de Cuatro Tanques	27
2.2.1 Generalidades	27
2.2.2 Balance de masas	28
2.2.3 Ecuación de Bernoulli	28
2.2.4 Flujos generados por las bombas	30

2.2.5	Características generales del proceso hidráulico de Cuatro Tanques (modelo)	33
2.2.6	Características técnicas del proceso hidráulico de cuatro tanques (laboratorio)	33
2.3	Sistemas LPV	33
2.3.1	Generalidades	33
2.3.2	Representación de los sistemas LPV	35
2.3.3	Modelo analítico de los sistemas LPV	38
2.3.4	Modelo LPV politópico del sistema de cuatro tanques	39
2.3.5	Fallas del proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados	45
2.4	Análisis de detectabilidad, aislabilidad e identificabilidad de la planta	47
2.4.1	Detectabilidad	47
2.4.2	Aislabilidad	49
2.4.3	Identificabilidad	52
2.5	Sistema de control del proceso	52
2.5.1	Conclusiones parciales	59
3	Diseño del Sistema de Diagnóstico Basado en Observadores	60
3.1	Introducción	60
3.2	Generación residual mediante observadores	60
3.2.1	Observador LPV politópico tipo Luenberger	61
3.2.2	Observador LPV politópico de entradas desconocidas	66
3.2.3	Generalidades	66
3.2.4	Observador LPV Politópico proporcional integral	72
3.2.5	Generalidades	72
3.2.6	Comparación entre los observadores diseñados	79
3.3	Evaluación residual y Aislamiento de la falla	81
3.4	Identificación de fallas usando observadores aumentados	85
3.4.1	Algoritmo del observador aumentado	87
3.4.2	Simulaciones	89
3.4.3	Conclusiones parciales	93
4	Propuesta de Implementación	94
4.0.1	Introducción	94
4.1	Diagrama de flujo	94
4.2	Software del sistema de diagnóstico	95
4.2.1	Implementación en RSlogix5000	95
4.2.2	Interfaz Factorytalk View	95
4.2.3	Conclusiones Parciales	96
	Conclusiones	99
	Recomendaciones	100
	Bibliografía	103

A Modelos locales del sistema no lineal	104
B Programas en MATLAB	108
B.1 Simulink	108
B.1.1 Elección de modelos locales	108
B.1.2 Control de modelos locales y diagnóstico de fallas	114
B.1.3 Esquema GOS UIO	116
B.1.4 Esquema GOS PIO	124



Índice de tablas

Tabla 2.1	Caudales para los tanques generados por las bombas	30
Tabla 2.2	Valores de los parámetros del proceso hidráulico de cuatro tanques (modelo)	33
Tabla 2.3	Valores de los parámetros del proceso hidráulico de cuatro tanques (laboratorio)	34
Tabla 2.4	Equipos del proceso hidráulico de cuatro tanques (laboratorio)	34
Tabla 2.5	Tabla de porcentaje de la bondad de ajuste de los modelos locales con la planta no lineal.	41
Tabla 3.1	Tabla de error cuadrático medio de los observadores.	79
Tabla 3.2	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 1	84
Tabla 3.3	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 2	84
Tabla 3.4	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 3	84
Tabla 3.5	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 4	85
Tabla 3.6	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 1	85
Tabla 3.7	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 2	86
Tabla 3.8	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 3	86
Tabla 3.9	Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 4	86
Tabla 3.10	Tabla comparativa entre los observadores PIO y UIO	87

Índice de figuras

Figura 1.1	Esquemas del diagnóstico basado en: (a) señales, (b) redundancia de hardware	9
Figura 1.2	Esquema del diagnóstico basado en modelos	10
Figura 1.3	Mediciones del método directo	14
Figura 1.4	Modelo hidráulico de 2 tanques, se encuentra en(Youssef et al., 2014)	15
Figura 1.5	Fallas estimadas en sensores (a) y actuadores (b) (Youssef et al., 2014)	16
Figura 1.6	Sistema hidraulico de dos tanques (Marín and Díaz, 2009)	16
Figura 1.7	Residuos generados por la falla en uno de sus sensores (Marín and Díaz, 2009)	17
Figura 1.8	Estructura del sistema de diagnóstico de fallas (Tarifa et al., 2007)	18
Figura 1.9	(a) flujos de distintas fallas: f_1, f_2, f_3 y f_4 ; (b) grado de aceptación de la falla 1 (Tarifa et al., 2007)	18
Figura 1.10	Sistemas hidráulicos de tres tanques interconectados	19
Figura 1.11	Residuales de los tanques	19
Figura 1.12	Modelo hidráulico de 4 tanques de Johansson (2000)	20
Figura 1.13	Fallas en: sensores, actuadores y planta	21
Figura 1.14	Fallas en sensores (a) offset zero, (b) cambio de ganancia, (c) cambio en el valor de la respuesta, (d) cambio de hysteresis (Isermann, 2006)	21
Figura 1.15	Fallas (a) aditivas, (b) multiplicativas	22
Figura 1.16	Fallas (a) incipientes, (b) abruptas y (c) intermitentes	23
Figura 1.17	Proceso de potabilización de agua, infografía de Sedapal	24
Figura 1.18	Proceso farmacéutico mostrado en HEWLETT PACKARD	25
Figura 2.1	Modelo hidráulico de cuatro tanques.	28
Figura 2.2	Tubo de ejemplo	29
Figura 2.3	Entradas y salidas del tanque 2.	31
Figura 2.4	Entradas y salidas del tanque 1.	31
Figura 2.5	Entradas y salidas del tanque 3.	32
Figura 2.6	Entradas y salidas del tanque 4	32
Figura 2.7	Sistema hidráulico planta (Laboratorio PUCP)	35
Figura 2.8	Modelo	36

Figura 2.9	Esquema usado para simulación de los modelos locales	42
Figura 2.10	(a) modelo local 1 (b) modelo local 2	43
Figura 2.11	(c) modelo local 3 (d) modelo local 4	44
Figura 2.12	Diagrama del control LQR con realimentación de la matriz \mathbf{K} .	52
Figura 2.13	Diagrama del control LQR con acción integral	53
Figura 2.14	Esquema del controlador + planta	54
Figura 2.15	Salidas controladas del modelo local 1	54
Figura 2.16	Salidas controladas del modelo local 1 para referencias de igual magnitud	55
Figura 2.17	Salidas controladas del modelo local 2 con referencia $h1 > h2$.	56
Figura 2.18	Salidas controladas del modelo local 2 con referencia $h2 < h1$.	56
Figura 2.19	salidas controladas del modelo local 3 con referencia $h2 > h1$.	57
Figura 2.20	salidas controladas del modelo local 3 con referencia $h1 > h2$.	57
Figura 2.21	salidas controladas del modelo local 4 con referencia $h2 > h1$.	58
Figura 2.22	salidas controladas del modelo local 4 con referencia $h1 > h2$.	58
Figura 3.1	Estructura modelo del observador tipo Luenberger	62
Figura 3.2	Estados observados (Luenberger) Vs los estados del modelo local 1	64
Figura 3.3	Residuos de los estados estimados y del modelo local 1	64
Figura 3.4	Observadores Vs el proceso hidráulico	65
Figura 3.5	Estructura modelo del observador de entradas desconocidas . . .	67
Figura 3.6	Estados observados (UIO) Vs el proceso hidráulico modelo local 1	71
Figura 3.7	Residuos de los estados estimados y del modelo local	72
Figura 3.8	Estructura modelo del observador proporcional integral	73
Figura 3.9	Estados observados (PIO) Vs el proceso hidráulico modelo local 1	78
Figura 3.10	Residuos de los estados estimados y del modelo local 1	78
Figura 3.11	Estados reales y estimados	80
Figura 3.12	Error de convergencia	80
Figura 3.13	Descripción del esquema de la evaluación residual y generación de umbral	81
Figura 3.14	Esquema GOS para el proceso de cuatro tanques acoplados . . .	83
Figura 3.15	Estimación de la falla 1	90
Figura 3.16	Estimación de la falla 2	90
Figura 3.17	Estimación de la falla 3	91
Figura 3.18	Estimación de la falla 4	91
Figura 3.19	Estimación de la falla 5	92
Figura 3.20	Estimación de la falla 6	93
Figura 4.1	Diagrama de flujo del Sistema de diagnóstico de fallas	95
Figura 4.2	Interfaz del software RSLogix 5000	96
Figura 4.3	Imagen de interfaz usuario usada para el sistema de diagnóstico	97

Figura A.1	Esquema usado para conocer la dinámica del sistema no lineal .	104
Figura A.2	Dinámica del modelo local 1	105
Figura A.3	Dinámica del modelo local 2	105
Figura A.4	Dinámica del modelo local 3	106
Figura A.5	Dinámica del modelo local 4	106
Figura B.1	Esquema usado para la simulación de los modelos locales	108
Figura B.2	Bloque del modelo local + ruido	110
Figura B.3	Esquema del diagnóstico de fallas usando banco de observadores aumentados UIO y PIO	114
Figura B.4	Bloque interno del bloque controlador	115
Figura B.5	Bloque interno del observador GOS UIO	116
Figura B.6	Bloque interno del bloque generación residual GOS UIO	124
Figura B.7	Bloque interno de evaluación residual	125
Figura B.8	Bloque interno del bloque observador GOS PIO	126
Figura B.9	Bloque generación residual GOS PIO	134
Figura B.10	Bloque evaluación residual GOS PIO	135



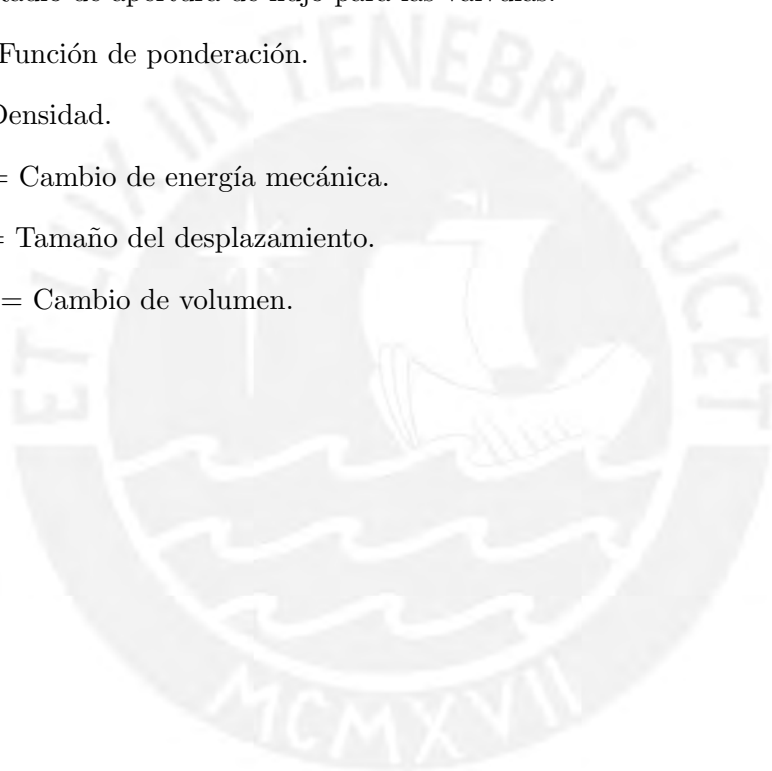
Acrónimos

AFD	Actuator Fault Diagnosis
ANN	Artificial Neural Network
DOS	Dedicated Observer Scheme
ECM	Error Cuadrático Medio
FDI	Fault Detection, isolation and analysis
GOS	Generalized Observer Scheme
LMI	Matrix Linear Inequality
LPV	Linear Parameter Varying
LQR	Linear Quadratic Regulator
LTI	Linear Time Invariant
LTV	Linear Time Varying
PIO	Proportional Integral Observer
PLC	Programmable Logic Controller
RMS	Root Mean Square
SOS	Simplified Observer Scheme
UIO	Unknown Input Observer

Nomenclatura

- a_1, a_2, a_3, a_4 = Área de los tanques.
- a_{ti} = Área de agujeros de la fuga (falla).
- E = Energía.
- F = Fuerza.
- \mathbf{F}_a = Matriz de fallas en actuadores.
- \mathbf{F}_s = Matriz de fallas en sensores.
- f = Fallas.
- \hat{f} = Fallas estimadas.
- g = Gravedad.
- \mathbf{G}_f = Matriz de transferencias del vector de fallas.
- $r(t)$ = Residuo generado.
- h = Altura de los tanques.
- \mathbf{I} = Matriz de identidad.
- K_c = Energía cinética.
- $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3, \mathbf{K}_4$ = Matriz de ganancia del controlador.
- \mathbf{K}_i = Matriz de ganancia del observador de entradas desconocidas y proporcional integral.
- k_p = Constante de flujo de las válvulas.
- m = Masa.
- N = Número total de parámetros que son variables.
- o_1, o_2, o_3, o_4 = Área del agujero de la salida de los tanques.
- P = Presión.
- \mathbf{P} = Matriz simétrica positiva.
- q_{in} = Caudal de entrada.

- q_{out} = Caudal de salida.
- \mathbb{R} = Conjunto de números reales.
- u = Voltaje de entrada.
- U_p = Energía potencial.
- V = Velocidad.
- W = Trabajo.
- x = Estados del sistema o proceso.
- \hat{x} = Estados estimados del sistema o proceso.
- γ = Radio de apertura de flujo para las válvulas.
- λ_i = Función de ponderación.
- ρ = Densidad.
- ΔE = Cambio de energía mecánica.
- ΔS = Tamaño del desplazamiento.
- ΔVol = Cambio de volumen.



Introducción

Hoy en día los procesos industriales requieren optimizar sus funciones desarrollando productos con altos estándares de calidad, minimizando sus costos de producción y cumpliendo estrictos requisitos ambientales y de seguridad ([Blanke et al., 2006](#)). Lo que implica un aumento en la complejidad de sus sistemas de control y automatización, entre otros.

Estos requerimientos pueden provocar la aparición de fallas las cuales pueden reducir el desempeño del sistema de control. Además, si no son detectadas a tiempo, estas pueden ir evolucionando afectando a varios componentes del sistema, reduciendo su vida útil hasta generar paradas de emergencia de tiempo indefinido. Desde inicios de los años setenta la técnica de diagnóstico de fallas se viene desarrollando notablemente ([Ding, 2008](#)), cuya eficiencia se ha demostrado en numerosas aplicaciones de procesos industriales y actualmente son integradas dentro de sistemas de control, sistemas de transporte de robots, sistemas de potencia, procesos de manufactura, etc.

Dentro de los procesos industriales, es usual encontrar sistemas de tanques interconectados con tuberías y bombas para el procesamiento y transmisión de fluidos, es por eso que se utilizan diferentes configuraciones de sistemas de tanques para la evaluación de sistemas de control; por ejemplo: control de modelo interno de sistema de cuatro tanques ([Gatzke et al., 2000](#)), control por matriz dinámica de un proceso de cuatro tanques ([Dai et al., 1999](#)), etc. Mientras que para sistemas de diagnóstico de fallos tenemos: Conjunto mínimo estructuralmente sobre determinado dirigido a fallos en un contexto distribuido ([Pérez et al., 2016](#)), Diagnóstico de fallas basados en observador proporcional integral para modelos fuzzy ([Youssef et al., 2014](#)), etc; una de estas configuraciones es la de cuatro tanques interconectados donde se controla el nivel en dos tanques mediante dos bombas.

Cuando se trata de representar a un modelo no lineal por uno lineal generalmente se hace alrededor de un punto de operación el cual limita su rango de trabajo; más aun considerando que ante la presencia de una falla esta suele modificar el punto de operación para el cual fue diseñado. En consecuencia, el sistema no podrá responder adecuadamente y tendrá comportamientos deficientes; una alternativa que extiende el rango de trabajo es la representación lineal de parámetros variables (LPV, por sus siglas en inglés), que presenta una alternativa de aproximación al comportamiento no lineal de diversos sistemas dinámicos mediante la interpolación de modelos locales regidos por una región convexa.

En esta tesis se propone el desarrollo de un sistema de diagnóstico de fallas basado

en observadores proporcionales integrales y de entrada desconocida; en ese sentido el sistema de cuatro tanques estará basado en su representación politópica para sistemas lineales de parámetros variables LPV, a fin de representar su dinámica no lineal mediante múltiples modelos, debido a que presenta una naturaleza cambiante en el tiempo ante la presencia de fallas.

Finalmente, se tiene el siguiente resumen de los capítulos presentados en este temario de tesis:

- En el primer capítulo se describe el estado del arte de los sistemas de diagnóstico de fallas y su importancia en los sistemas de control, también se realizará una descripción de las características de procesos con tanques en la industria.
- En el segundo capítulo se desarrolla el modelo matemático que describe al proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados y los sistemas LPV. Se presentan los conceptos necesarios para el modelo LPV del proceso. Se realiza un análisis de detectabilidad, aislabilidad e identificabilidad del proceso, análogamente se diseña el sistema de control del proceso.
- En el tercer capítulo se expone el diseño del sistema de diagnóstico de fallas basados en observadores, se presentan los modelos matemáticos desarrollados para los observadores de: Luenberger, entradas desconocidas y proporcional integral; para ello se hará uso de esquemas de detección, aislamiento y estimación.
- En el cuarto capítulo se presenta una propuesta de implementación práctica del sistema de diagnóstico de fallas, describiendo el algoritmo utilizado, también se elabora una interfaz gráfica para la interacción con el sistema de diagnóstico. Se muestran pruebas de simulación.
- Finalmente, se realizan las conclusiones y recomendaciones obtenidas del sistema de diagnóstico de fallas.

CAPÍTULO 1

Estudio de los Sistemas de Diagnóstico de Fallas en Sistemas de Tanques

1.1. Introducción

Los procesos hidráulicos usan las leyes que gobiernan a los fluidos para desarrollar trabajo y transmitir potencia; se aplican típicamente procesos que requieran: mover objetos o sustancias de un lugar a otro, aplicar una fuerza para sostener, modelar o comprimir un producto.

En el control automático de la ingeniería de procesos, las funciones de supervisión sirven para indicar cuáles son los estados permitidos y no permitidos de los procesos; estas indicaciones servirán a la hora de elegir las acciones necesarias para evitar daños y accidentes. Las tareas básicas de la supervisión incluyen: al monitoreo (revisar: las variables con respecto a sus tolerancias y a las alarmas que son generadas por el operador), protección automática (inicio de una acción automática frente a un estado peligroso del proceso), supervisión con diagnóstico de fallas (usa las variables medidas, con la finalidad de diagnosticar una falla para tomar una decisión sobre las acciones en función de la clase de daño o posible grado de peligro). Finalmente, acciones de supervisión y manejo de fallas (dependiendo de la clase de daño se eligen acciones como reconfiguración, inspección mantenimiento, reparación, etc.) (Isermann, 2006); la función principal de la supervisión es mantener un alto nivel de seguridad, desempeño y confiabilidad en procesos de control. Es importante que los componentes de la falla y las operaciones irregulares se tengan que detectar pronto; así como la fuente y la gravedad de cada mal función se detecte para que una acción correcta pueda ser tomada (Patton et al., 2013). El presente capítulo está dedicado al estudio del estado de arte de los procesos de cuatro tanques y del diagnóstico de fallas.

1.2. Diagnóstico de Fallas

El diagnóstico de fallas normalmente incluye 3 tareas (Ding, 2008):

- Detección de fallas: Es el primer paso, se usa para indicar si es que ha ocurrido una falla y en que tiempo ha aparecido.
- Aislamiento de Fallas: Es el segundo paso, se usa para especificar la localización de la falla, si ha ocurrido en un sensor o actuador.
- Identificación de fallas: Estima la naturaleza o tipo de falla, juega un papel importante para el control tolerante a fallas ya que estabiliza al sistema en lazo cerrado.

1.3. Métodos de diagnóstico de fallas

1.3.1. Clasificación

Pueden ser divididos en las siguientes categorías (Ding, 2008):

- Diagnóstico basado en redundancia de hardware
- Diagnóstico basado en procesamiento de señales
- Diagnóstico basado en pruebas plausibles
- Diagnóstico basado en redundancia analítica

1.3.2. Diagnóstico basado en redundancia de hardware

En este enfoque se utilizan múltiples equipos para la medición y control de variables particulares del proceso, equipos con el mismo funcionamiento son colocados en paralelo, con la finalidad de comparar sus salidas y detectar la ocurrencia de alguna falla; en la figura 1.1 parte b se observa un esquema de este enfoque. Este enfoque es normalmente usado en sistemas críticos como reactores nucleares, aviones, misiones espaciales, etc; la principal desventaja de este método es que incrementa el tamaño del sistema, también incrementa el costo de mantenimiento del proceso.

1.3.3. Diagnóstico procesamiento de señales

Este enfoque considera que algunos procesos llevan información de la falla de interés, esta información se representa como síntomas. Los síntomas típicos están en el dominio del tiempo, frecuencia o la estadística; por lo que el sistema de diagnóstico de fallas puede ser realizado por un manejo adecuado procesamiento de las señales, un esquema

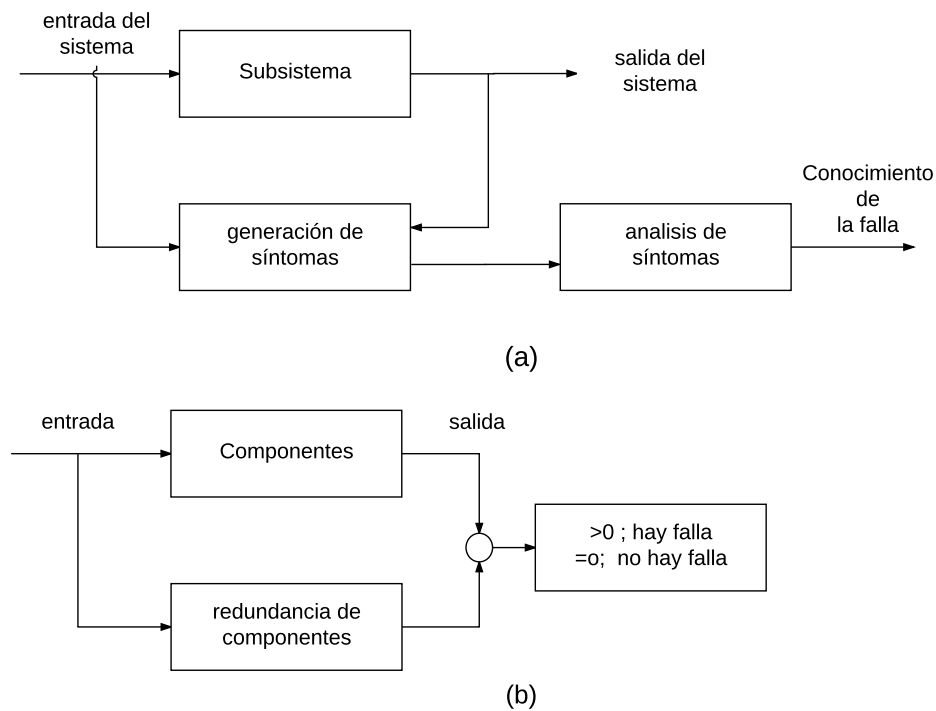


Figura 1.1: Esquemas del diagnóstico basado en: (a) señales, (b) redundancia de hardware

de la descripción de este método se muestra en la figura 1.1 parte a. Este enfoque se usa principalmente para sistemas estables y su aplicación para sistemas dinámicos está limitado debido al rango de variación de las señales de entrada(Ding, 2008).

1.3.4. Diagnóstico basado en pruebas plausibles

La prueba plausible esta basada en la revisión de algunas leyes físicas que describen a los componentes del proceso; se revisa la plausibilidad que brinda la información de la falla. La complejidad del proceso limita la eficiencia para detectar una falla (Ding, 2008).

1.3.5. Diagnóstico basado en redundancia analítica

Este enfoque usa modelos analíticos o matemáticos del sistema para seguir los cambios dinámicos de la planta, estos métodos generan residuales los cuales serán analizados posteriormente para indicar si ha ocurrido una falla; este enfoque a la vez puede ser dividido en:

Métodos de diagnóstico basados en conocimiento

Se desarrollan esencialmente a partir de síntomas heurísticos, este conocimiento se obtiene de operadores humanos expertos o de un modelo cualitativo, algunos de estos métodos son contruidos por: las redes neuronales, razonamiento difuso, razonamiento

experto.

Una de las ventajas de estos métodos son que no se necesitan modelos matemáticos explícitos de la planta que será controlada; sin embargo, requieren conocimiento del funcionamiento de la planta como: cuáles son sus entradas, salidas y una base de datos donde se encuentren los síntomas de los fallos que puedan ocurrir.

Métodos de diagnóstico basados en modelos

Estos métodos utilizan salidas analíticamente calculadas, estas salidas son comparadas con las medidas de los sensores para indicar si ha ocurrido una falla. Las comparaciones son llamadas residuos que tendrán el valor de cero cuando no haya ocurrido una falla, caso contrario tendrá un valor distinto; estos métodos comprenden dos etapas principales: la generación y la evaluación residual. En la figura 1.2 se muestra un esquema de los métodos de diagnóstico basados en modelos.

Existen diferentes técnicas de generación de residuos, algunos de estas técnicas son:

- Método de ecuaciones de paridad: Es equivalente al método basado en observadores, aunque tiene un diseño diferente. Este se basa en la idea de una prueba de consistencia de las ecuaciones de paridad, usa mediciones de entradas y salidas, si ocurre alguna inconsistencia esta puede ser usada para detectar una falla, requiere un modelo preciso de la planta.
- Método de estimación de parámetros: Este enfoque se basa en que el sistema esta descrito por una ecuación diferencial y si ocurre una falla cambiaran los parámetros físicos del sistema.
- Método basados en observadores: La idea básica de este método es usar observadores para estimar las salidas medidas de los sistemas, los errores estimados de salida son llamados residuales que son usados para el análisis de detectar fallas.

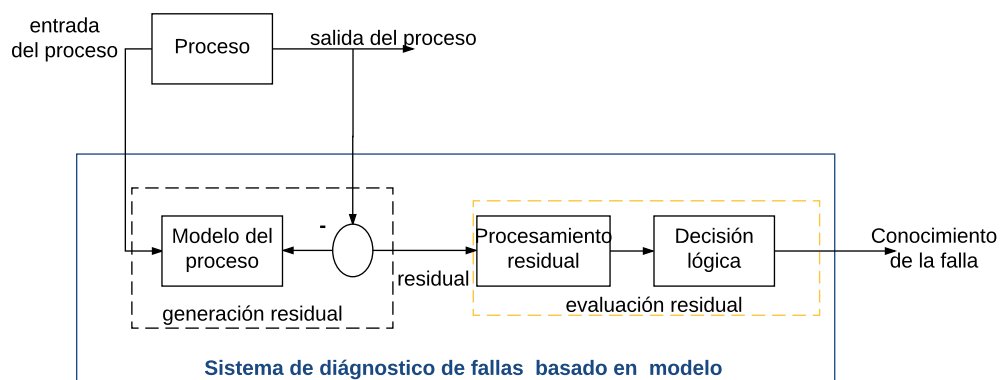


Figura 1.2: Esquema del diagnóstico basado en modelos

1.4. Generación residual basada en observadores

1.4.1. Introducción

Hoy en día con el conocimiento adquirido de control avanzado, se considera normal cambiar un modelo del proceso por un observador, a fin de incrementar la robustez y la estimación óptima de la salida del proceso frente a las incertidumbres.

El primer sistema FDI (detección y aislamiento de fallas) basado en observador fue propuesto por Beard y Jones, quienes marcaron un hito en el desarrollo del diagnóstico basado en modelos; el trabajo realizado por estos investigadores no solo radica en el uso del observador, sino que también proporciona las bases para los sistemas FDI basado en observadores y abre la puerta a la teoría del control avanzado en los sistemas FDI. Los temas principales para el diseño del generador residual basado en observadores incluye a:

- observador
- observador de orden reducido
- orden mínimo del observador

Es conocido que la observabilidad es un requisito importante para el diseño de los observadores de estado, mientras que para observadores de diagnóstico la observabilidad es pasado por alto porque se trata de un observador de salida. El papel del observador de sistemas FDI es hacer que los residuales se han independientes de las señales de entrada y de las condiciones iniciales del proceso (Ding, 2008).

A medida que la complejidad de los sistemas va aumentando, los investigadores continuamente vienen desarrollando nuevos observadores para sistemas lineales y no lineales. Una alternativa para la implementación de FDI es el diseño de observadores para sistemas lineales de parámetros variables (LPV); los esquemas FDI para sistemas LPV están recibiendo atención debido a que representan eficientemente a sistemas no lineales como es mostrado en el trabajo de (Marcos and Balas, 2004), ya que con este método se puede extender muchas herramientas existentes para sistemas lineales; un sistema LPV comienza con la suposición de que los parámetros que se consideran variables deben ser medibles y pueden presentar incertidumbres.

En la literatura existen algunos trabajos que usan dentro de sus esquemas FDI a los sistemas LPV; como en el caso de (Daafouz et al., 2000) desarrollan un observador Luenberger para sistemas discretos LPV, los autores muestran esquemas adecuados para la selección de las funciones de ponderación que permitan usar condiciones de estabilidad cuadrática disponibles para el observador.

La tarea principal de la generación residual consiste en la obtención de las señales que contienen información solamente de las fallas (ideal), por lo que para garantizar la fiabilidad del FDI la pérdida de información sobre las fallas debe ser mínima (Patton et al., 2013). Las señales generadas son conocidas como residuales que se generan con el fin

de reflejar la presencia de fallas, son el resultado de la comparación entre las señales de referencia proporcionadas por el observador y las mediciones en tiempo real sobre el sistema. Estos residuales tomaran valores de cero (cuando no hay fallas) y distinto de cero o mayor a un umbral (cuando existe presencia de fallas) que es fijado por el diseñador. Al algoritmo o sistema encargado de la generación de residuales se le conoce como generador residual.

1.4.2. Esquemas de observadores

Los esquemas de observadores son un método de aislar fallas, estos esquemas se clasifican en:

Un observador

El esquema de observador simplificado (SOS, por sus sigla en inglés) considera un solo observador, que utiliza todas las entradas y una sola salida cuando se detecta fallas en el sensor; para la detección de fallas en el actuador (AFD, por sus siglas en inglés) se utiliza todas las salidas y una entrada.

Banco de observadores

- **Esquema de observador dedicado(DOS, por sus siglas en inglés)**

Es un banco de observadores, que utiliza todas las entradas y una salida para el diagnóstico de una falla en los sensores; el número de observadores será igual al número de salidas y/o sensores; en caso de la detección de las fallas en actuadores se utiliza una entrada y todas las salidas. Esto permite la detección múltiple de fallos en sensores y actuadores, que no se logra con un observador simplificado y observador generalizado.

- **Esquema de observador generalizado (GOS, por sus siglas en inglés)**

Es un banco de observadores, construye observadores a partir de todas las entradas y todas las salidas excepto una " $m - 1$ " salidas (donde m es el número de salidas) cuando se detecta fallas en sensores; en cuanto a los actuadores, se construye un banco de observadores que utiliza todas las salidas y " $n - 1$ " entradas (donde n es el número de salidas). Por lo tanto, cada observador es diseñado tal que es invariante al fallo de medición. El diseño de un GOS permite detectar y localizar solo una falla a la vez.

1.5. Generación residual basada en estimación de parámetros

1.5.1. Generalidades

Los procesos modelados matemáticamente, describen la relación entre la señal " $u(t)$ " y la salida " $y(t)$ " que son fundamentales para la detección basadas en modelos (Isermann, 2011).

$$y(t) = f(\Pi, u(t)) \quad (1.1)$$

Donde Π es el vector de los coeficientes del "modelo", estos coeficientes están directamente relacionados a los parámetros físicos del proceso. Esta aproximación se basa en la asunción de que las fallas afectan a los parámetros físicos del proceso tales como la fricción, masa, viscosidad, resistencia, capacitancia, etc. La idea básica de este método es que los parámetros del proceso actual son constantemente estimados on-line usando el método de estimación paramétrica y los resultados son comparados con los parámetros de referencia del modelo obtenido inicialmente bajo la condición libre de fallas. El procedimiento básico para la detección de fallas usando estimación paramétrica es (Chen and Patton, 1999):

- Establecer el modelo del proceso usando relaciones físicas.
- Determinar la relación entre los coeficientes del modelo y los parámetros físicos del proceso.
- Estimar los coeficientes normales del modelo.
- Calcular los parámetros físicos del proceso normal.
- Determinar los cambios de los parámetros, que ocurren para distintas fallas.

1.5.2. Estimación en lazo cerrado

Los sistemas en lazo cerrado se diferencian por la inclusión de un lazo de realimentación, el cual causa la correlación entre las perturbaciones existentes en el sistema y la entrada al sistema en la forma de acción de control.

1.5.2.1. Técnicas de estimación lazo cerrado

Método Directo

El método directo es la aproximación mas simple al problema, ya que es aplicado directamente a la medición de entradas y salidas del proceso ignorando los efectos de la realimentación e implementa una identificación tradicional de los modelos usados en

lazo abierto, en la figura 1.3 se muestra un esquema de este método.

Método Indirecto

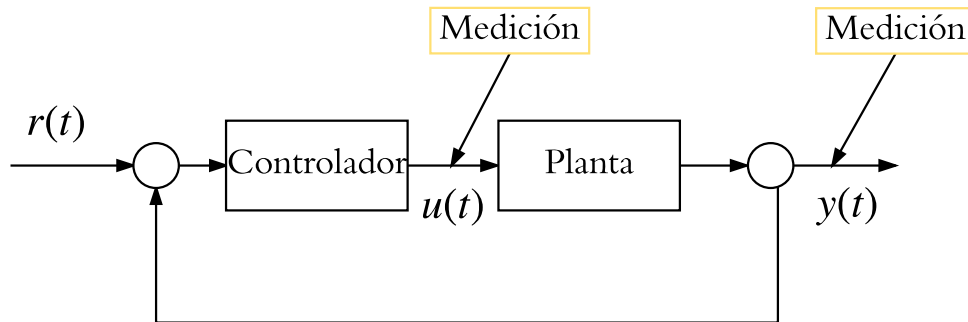


Figura 1.3: Mediciones del método directo

Al contrario del método directo, se necesita un perfecto conocimiento del controlador de retroalimentación empleado, se usa: la señal de referencia $r(t)$; salida $y(t)$, las cuales se encuentran en lazo abierto; el modelo del controlador y se debe tener un cuidado especial con la presencia de elementos no lineales. La idea principal es identificar el sistema en lazo cerrado, para luego calcular los parámetros en lazo abierto de los resultados obtenidos.

1.6. Evaluación residual

La idea original detrás de la evaluación residual es crear una característica (física) de la señal residual que permite una detección fiable de la falla. existen dos grandes estrategias para la evaluación de residuos: la prueba estadística, que se desarrolla en el marco de los métodos estadísticos, y la evaluación residual basada en normas, que permite un cálculo sistemático del umbral utilizando la teoría del control robusto y el análisis funcional (Ding, 2008).

La evaluación residual basada en normas fue propuesta por (Emami-Naeini et al., 1988), quién propuso usar la norma del valor cuadrático medio (RMS, por sus siglas en inglés) para el propósito de evaluación residual y derivó, sobre la base de la función de evaluación residual, un umbral adaptativo. Un proceso de decisión puede consistir en un umbral de prueba aplicada sobre el comportamiento residual para evaluar si es que ha ocurrido una falla. De acuerdo a la dificultad del desacoplamiento de la falla se requerirá que los residuales sean distintos de cero todo el tiempo, por lo que la evaluación residual debe ser más avanzada y no solo determinar si el residuo es igual a cero o no. Algunos de los métodos más utilizados para la evaluación residual son:

- Pruebas de umbral en valores promedio de los residuos.
- Métodos estadísticos.
- Métodos basados en lógica difusa para evaluación de síntomas.

- Métodos basados en clasificación de patrones de redes neuronales.

1.7. Estado del Arte de los Sistemas de Diagnósticos de Fallas

Estos últimos años, varias investigaciones dedicadas al diagnóstico de fallas aplicadas a diversos sistemas fueron estudiadas, algunas de estas son:

- **Diagnóstico de fallas basados en observador proporcional integral para modelos fuzzy,**(Youssef et al., 2014)

En este trabajo los autores diseñaron un observador proporcional integral para diagnosticar fallas en actuadores y sensores basado en modelos difusos con la premisa de que las fallas eran funciones polinómicas y que sus derivadas estaban limitadas. Crearon una matriz aumentada donde introducían a la falla como un estado desconocido, las condiciones de convergencia entre el estado estimado del observador y el estado real estaban basadas en la teoría de estabilidad de Lyapunov y la teoría de optimización L2; con estas condiciones se formuló una LMI, cuya solución daba como resultado a la ganancia del observador. Si el error de convergencia era mayor a un número dado por el diseñador se sumaba dos variables en el estado estimado, las cuales estaban sujetas a variaciones, ya que dependían del error entre lo medido y lo estimado así como las variables que en la solución de las LMIs.

En esta investigación se usó la configuración mostrada en la figura 1.4, consta de 2 tanques de igual área $S_1 = S_2$, el tanque 1 provee de líquido al tanque 2 por medio de un tubo cilíndrico regulado por una válvula k_{12} , se abastece agua por medio de 2 bombas P_1 y P_2 de flujos u_1 y u_2 . La salida de los flujos está regulado por las válvulas k_1 y k_2 .

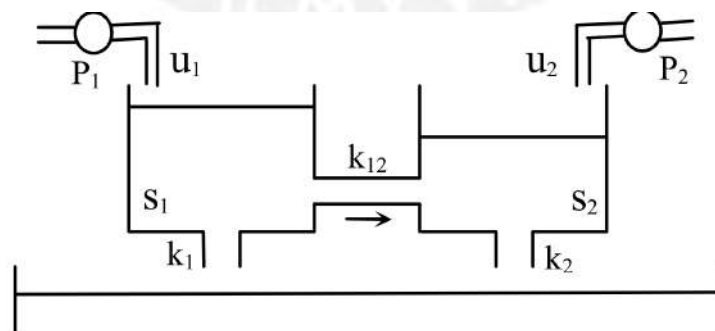


Figura 1.4: Modelo hidráulico de 2 tanques, se encuentra en(Youssef et al., 2014)

En este trabajo se obtuvieron buenos resultados, ya que lograron una buena convergencia de las fallas estimadas como se aprecia en la figura 1.5.

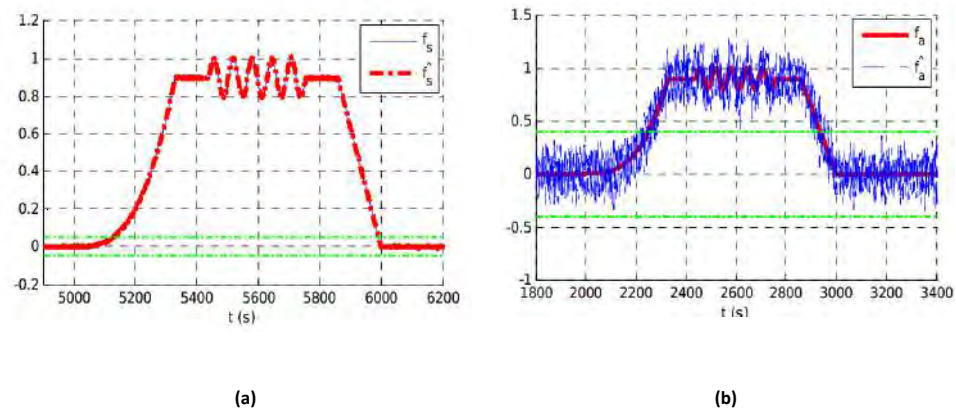


Figura 1.5: Fallas estimadas en sensores (a) y actuadores (b) (Youssef et al., 2014)

- **Detección y aislamiento de fallas mediante observadores con entradas desconocidas aplicado a dos tanques, (Marín and Díaz, 2009)**

En este trabajo usan a los observadores con entradas desconocidas para diagnosticar fallas en sistemas hidráulicos de 2 tanques (figura 1.6). La meta de los observadores UIOs es recrear una salida estimada que converja con la salida medida mientras rechaza los efectos de los errores de modelado así como los efectos del ruido, la detección de la falla se hace observando a los residuos, para la etapa de aislamiento de la falla asumen que solo existen fallas en los sensores, por lo que diseñan un banco de observadores que son sensibles a determinadas fallas.

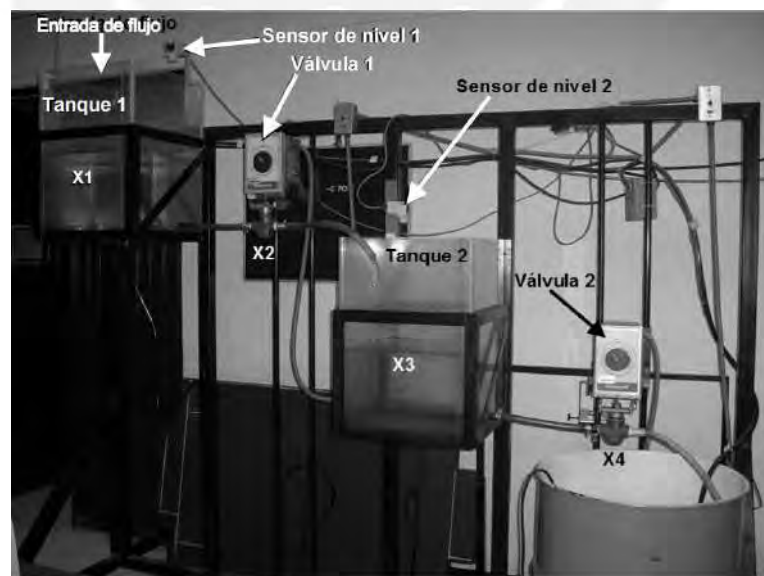


Figura 1.6: Sistema hidraulico de dos tanques (Marín and Díaz, 2009)

Se mostraron comportamientos, de los residuales ante la presencia de una falla, en

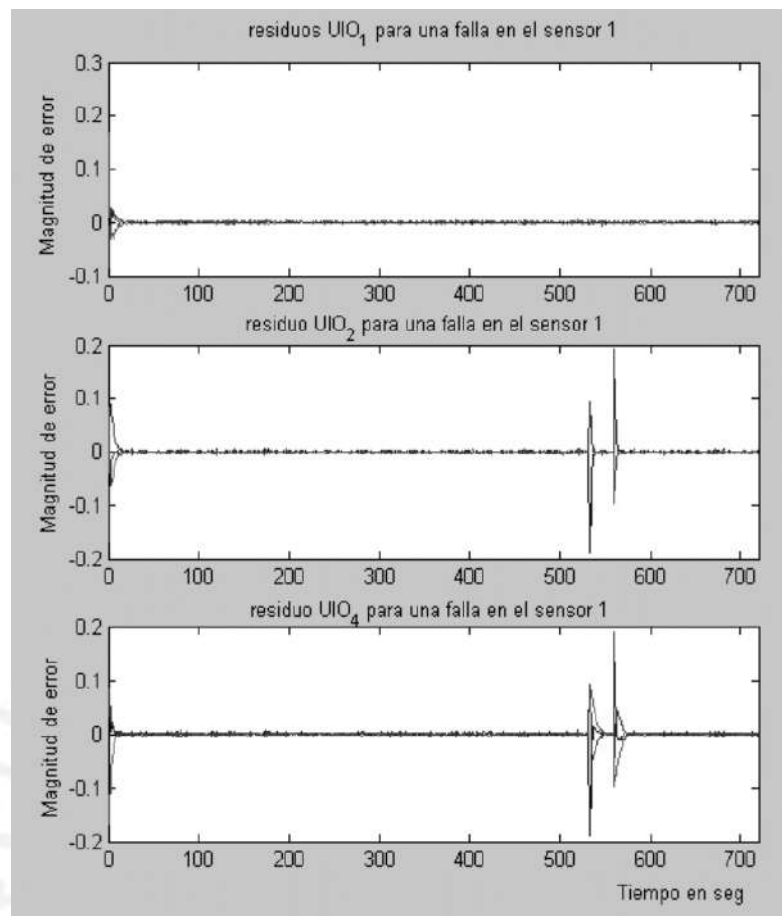


Figura 1.7: Residuos generados por la falla en uno de sus sensores (Marín and Díaz, 2009)

la figura 1.7 se aprecia que los UIOs diseñados son sensibles a dicha falla; dentro de las conclusiones de este trabajo los autores mencionan que la aplicación al sistema real tuvo resultados satisfactorios debido a que se trata de una dinámica lenta pero consideran de que si el sistema tendría otra dinámica el sistema de diagnóstico de fallas basados en modelo estaría en desventaja ante la aparición de incertidumbres por lo que recomiendan el uso de otras técnicas como el de redes neuronales.

- **Diagnóstico de fallas con redes neuronales: Reconocimiento de flujos** , (Tarifa et al., 2007)

Los autores de este trabajo presentan un esquema de diagnóstico, donde se supervisan procesos en los que sus variables evolucionan siguiendo trayectorias cuando hay presencia de fallas, estas trayectorias son denominadas flujo y están asociadas a distintas fallas, al identificar el flujo se habrá identificado la falla que los provoca por lo que esta investigación se centra en el reconocimiento de flujos, las ANN (redes neuronales artificiales) son construidas para aprender y generalizar los distintos flujos que aparecen que aparecen cuando una falla ocurre (ver figura 1.8), en las pruebas que realizaron obtuvieron buenos resultados, a pesar estas fallas incluían perturbaciones.

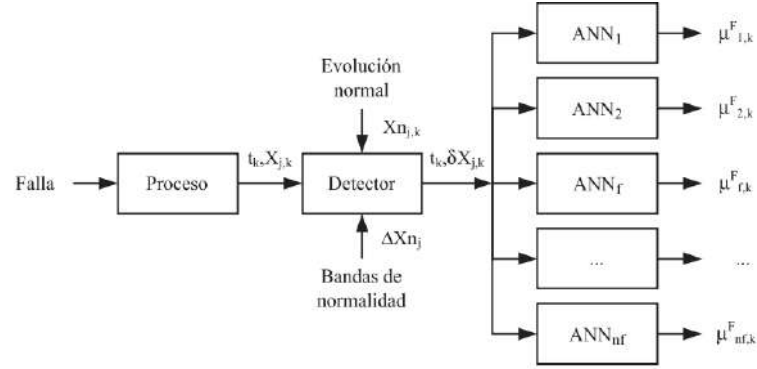


Figura 1.8: Estructura del sistema de diagnóstico de fallas (Tarifa et al., 2007)

De la gráfica 1.8 se define:

μ^F = grado de certeza que soporta cada falla.

Xn = variables del proceso.

ΔXn = banda de normalidad de las variables.

En la figura 1.9 se muestra en la parte (a) flujos de distintas fallas, mientras que en la parte (b) se muestra el grado de certeza para detectar a la falla $f1$ ante la aparición de una perturbación.

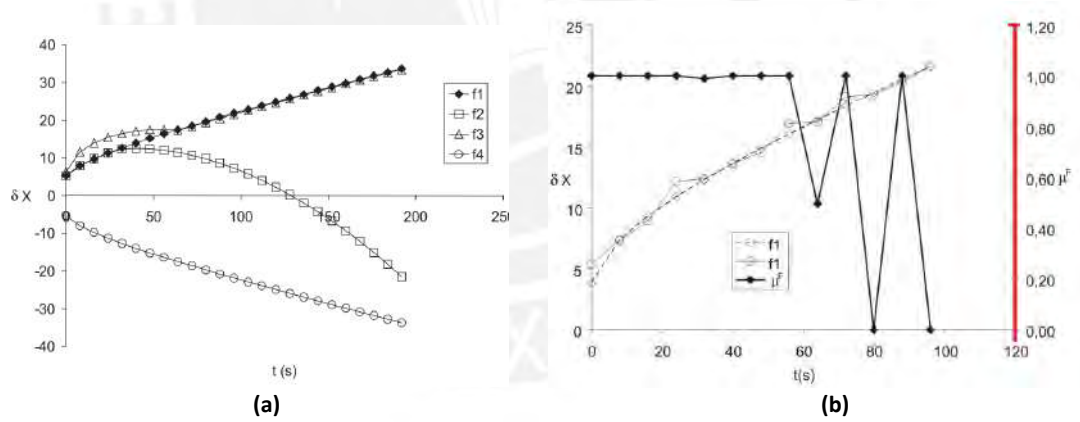


Figura 1.9: (a) flujos de distintas fallas: $f1, f2, f3$ y $f4$; (b) grado de aceptación de la falla 1 (Tarifa et al., 2007)

- **Diagnóstico inteligente de fallas de sistemas no Lineales con Incertidumbres en el modelo de la planta via observadores de estado extendido y computación Soft aplicado a tres tanques** , (Lin et al., 2012).

En este trabajo los autores utilizan al observador de estado extendido de tal forma que no se necesita el conocimiento exacto de la planta, pero si el orden del sistema. La idea principal del diseño del observador de estado extendido es incluir a la falla como un nuevo estado. La ganancia del observador fue dividida en dos partes: una

ganancia propia del estado estimado y otra de la falla. Para el cálculo de las ganancias del observador se usó la técnica de asignación de polos en lazo cerrado.

Se dividió al sistema de diagnóstico de fallas en tres etapas:

- En la etapa de detección de la falla se observaron los cambios abruptos de los residuales ante la presencia de una falla (ver figura 1.11).
- En la etapa de aislamiento hacen uso de la lógica difusa para aislar fallas, definen una base de reglas para cada tipo falla de acuerdo a las características que estas presentan.
- En la etapa de identificación de la falla usaron redes neuronales con el algoritmo de aprendizaje backpropagation para predecir el grado de la falla tan pronto como esta haya sido aislada.

Para la validación del modelo de esta investigación se presentó a un sistema hidráulico de tres tanques (ver figura 1.10), que está compuesto por: 3 tanques de igual área interconectados y 2 bombas encargadas del abastecimiento de agua. La salida de los tanques se realiza a través de una tubería conectada al tanque 2.

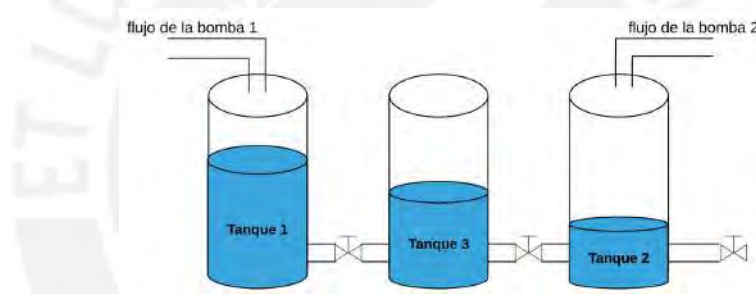


Figura 1.10: Sistemas hidráulicos de tres tanques interconectados

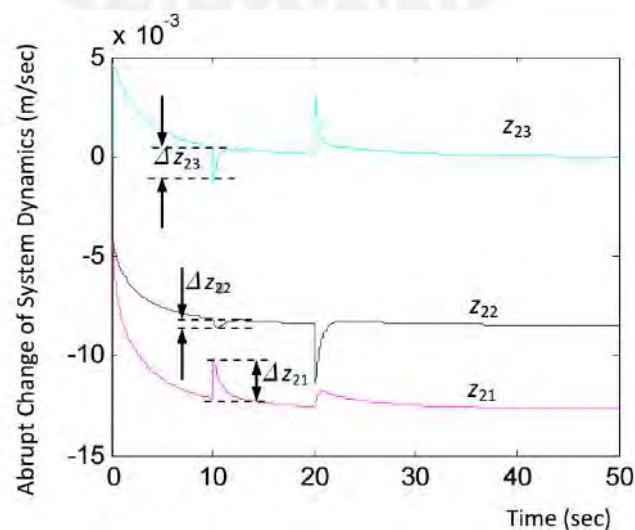


Figura 1.11: Residuales de los tanques

1.8. Sistema de cuatro tanques

1.8.1. Introducción

El modelo de la figura 1.12 fue planteado por (Johansson, 2000) y hasta el día de hoy viene siendo usado para diversas investigaciones en el campo de diagnóstico y de sistemas de control. El sistema está compuesto por cuatro tanques, los tanques 1 y 2 son controlados por dos bombas mediante la posición de las válvulas.

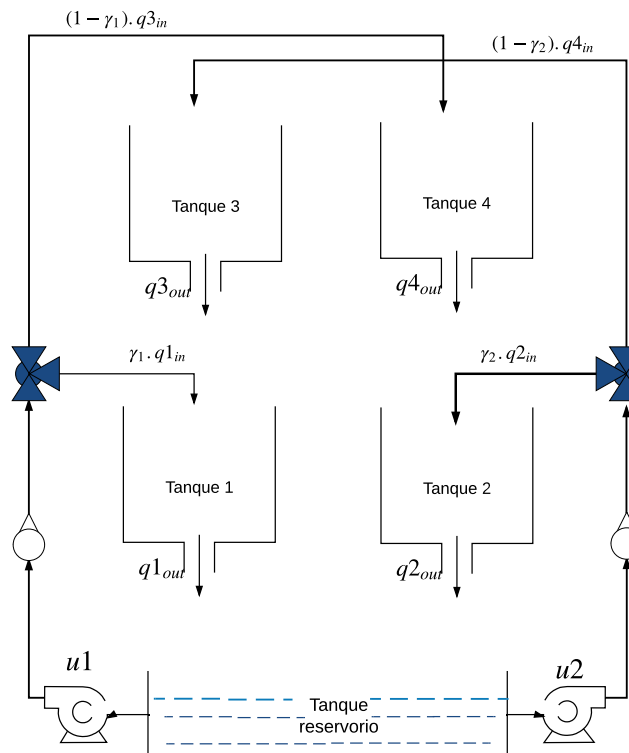


Figura 1.12: Modelo hidráulico de 4 tanques de Johansson (2000)

1.8.2. Tipos de fallas

En la figura 1.13, se muestra que las fallas afectan a diversos componentes del sistema. Las fallas de acuerdo a su localización se clasifican en:

- **Fallas en los sensores**

Este tipo de fallas son generalmente representadas como lecturas erróneas de los sensores que pertenecen a un sistema, no afectan a las propiedades de la planta y se pueden dividir en: fallas parciales, que producen lecturas relacionadas con las medidas, de tal forma que aún se pueden recuperar alguna información necesaria de las señales; y las fallas totales, que producen lecturas que no están relacionadas con las

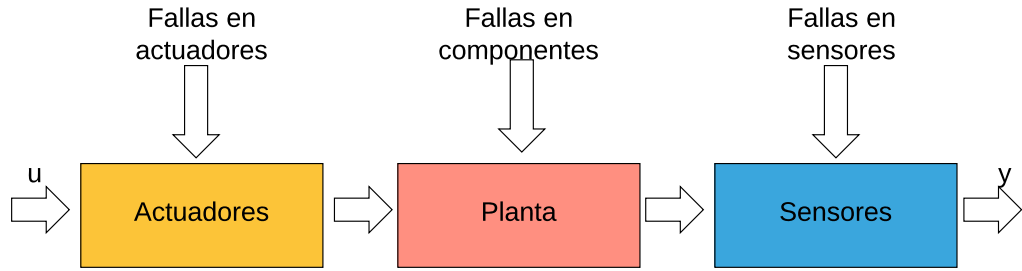


Figura 1.13: Fallas en: sensores, actuadores y planta

mediciones de los parámetros del sistema, por lo tanto no se puede rescatar ninguna información de ellas (Christopher et al., 2010). Estas fallas se darán en el sensor de nivel de los tanques.

Asimismo este tipo de fallas pueden ser: internas, que pueden ser causadas por el mismo sensor a causa de cambios de la alimentación, resistencia, fricción; mientras que las fallas externas son generadas por el medio ambiente del sensor.

En la figura 1.14 se muestra los efectos de las fallas internas y externas sobre la lectura del sensor Y del valor medido Y_0 , offset constante ΔY , cambio de ganancia que resulta en el cambio del offset $\Delta Y(Y_0)$, offset dependiente de la dirección (hysteresis) $\Delta Y(\text{sign}\dot{Y}_0)$ (Isermann, 2006).

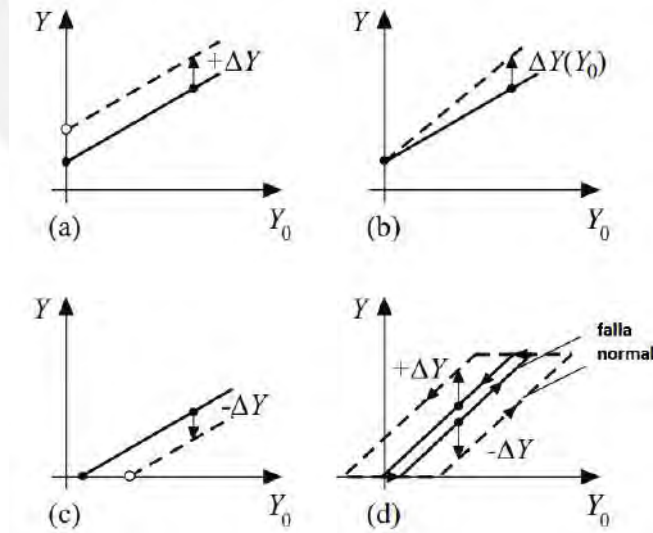


Figura 1.14: Fallas en sensores (a) offset zero, (b) cambio de ganancia, (c) cambio en el valor de la respuesta, (d) cambio de histeresis (Isermann, 2006)

• Fallas en los actuadores

Representan la pérdida parcial o total de la acción de control. La pérdida parcial es cuando se produce solo una parte de la acción normal del actuador como puede

ser por ejemplo, resistencia en una bomba o caída de la tensión de la fuente de alimentación; la pérdida total se da cuando se producen rupturas, cortocircuitos o alguna presencia de un cuerpo extraño en el actuador (Christopher et al., 2010).

En el sistema de cuatro tanques los actuadores son las dos bombas centrífugas. A nivel industrial se muestra que un 59 % operan continuamente, 19 % diaria y 22 % un corto tiempo. Estas bombas tienen intervalos para su inspección cada 9 meses. Las fallas más frecuentes en este tipo de componentes son: cavitación, gas en el fluido, oscilaciones, sedimentos, erosión, corrosión, etc; (Isermann, 2011).

- **Fallas en componentes**

Estas fallas se dan en los componentes de la planta, representan cambios físicos de los parámetros del sistema, a menudo son estructuras dañadas que resultan en cambios en la dinámica del comportamiento del sistema controlado.

A continuación definiremos los componentes que intervienen en el proceso y las posibles fallas que presentan:

La válvula es un mecanismo que ayuda a regular el flujo de una tubería o el descargue de un fluido. La regulación puede ser totalmente abierta, cerrada o intermedia; el tipo de falla que aparece en este tipo de mecanismo son las que son provocadas por obstrucciones; es decir que la regulación deseada no alcanza el valor deseado debido a que hay un componente que interfiere con el flujo requerido.

La tubería es el conductor del fluido. Son productos tubulares cuyos tramos se unen por bridas, soldaduras y conexiones roscadas; las típicas fallas que se dan en este componente son las fugas debido a debilitaciones en su estructura.

Las fallas de acuerdo a su representación o modelado son divididas en: fallas aditivas y multiplicativas (ver figura 1.15). Las fallas aditivas son adecuadas para representar a las fallas de los componentes, mientras que las fallas multiplicativas son muchas veces en práctica las que se dan en los actuadores y sensores (Christopher et al., 2010).

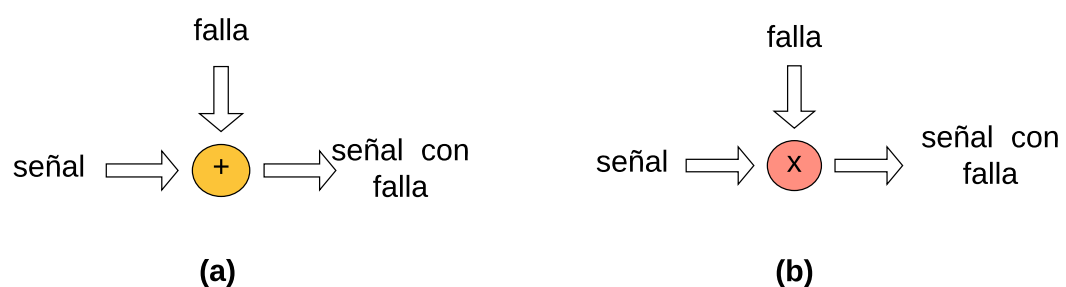


Figura 1.15: Fallas (a) aditivas, (b) multiplicativas

Las fallas de acuerdo a su comportamiento son: incipientes, abruptas e intermitentes (ver figura 1.16). Las fallas incipientes son representadas por cambios paramétricos lentos. A menudo son el resultado de envejecimiento de los componentes y son difíciles

de detectar a causa de su cambio lento; estas fallas no son tan graves. Las fallas abruptas son de ocurrencia instantánea resultado de un daño en el hardware y pueden ser muy graves si es que afecta del desempeño del sistema. Las fallas intermitentes son las que aparecen y desaparecen, por ejemplo, cuando un cable de conexión no hace contacto.

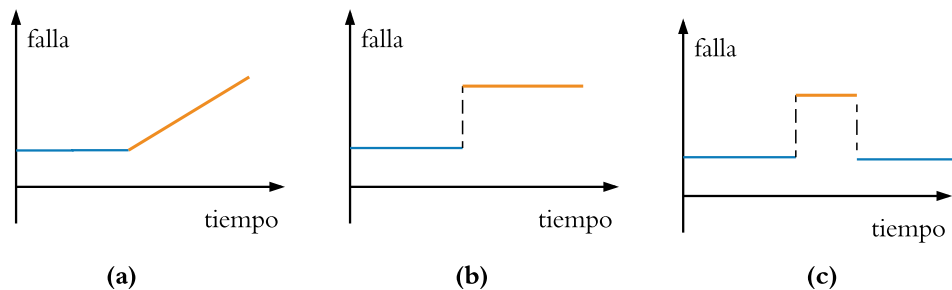


Figura 1.16: Fallas (a) incipientes, (b) abruptas y (c) intermitentes

1.8.3. Sistemas con tanques en la industria

Planta de tratamiento de aguas del río Rímac En la figura 1.17 se observa el proceso de potabilización de agua, el cual inicia cuando el agua ingresa a las compuertas de la represa de la planta donde son embalsadas y reciben el siguiente tratamiento:

- * Dosificación de Polímeros.- Reciben el agua turbia y retienen gran parte de lodo, materiales contaminantes, sedimentos, etc; generalmente están hechos de nylon polietileno, polietileno.
- * Desarenado.- El agua captada pasa por un sifón invertido y luego es conducido hacia los desarenadores o pozas que retienen a la arena y otros residuos.
- * Primera clorificación.- El agua procedente del anterior paso recibe cloro como desinfectante para disminuir la carga de bacterias.
- * Estanques reguladores.- Actúa de como almacén de emergencia para asegurar la producción de las plantas y tiene una capacidad de $1700.00m^3$.
- * Dosificadores de coagulantes.- El agua recibe dosificaciones de coagulantes de manera continua con la finalidad de separar las partículas y los grumos de materia orgánica.
- * Decantadores de manto de lodo.- El agua ingresa por el fondo a los decantadores, los cuales permiten retener los grumos pesados y voluminosos, por lo que se clarifica un poco más el agua.
- * Filtración.- En esta etapa el agua ingresa a los pozas por filtros ubicados en la parte superior y atraviesa una capa de arena de espesor de $1mm$ de diámetro, esta técnica reduce aún más la turbiedad del agua.

- * Recirculación de agua.- En esta etapa se recupera el agua que se pierde en el lavado de filtros mediante recirculación.
- * Cloración.- Es la etapa final donde se añade el cloro con el fin de eliminar de toda la contaminación bacteriana.
- * Reservorio.- Sirve para almacenar el agua ya potabilizada.

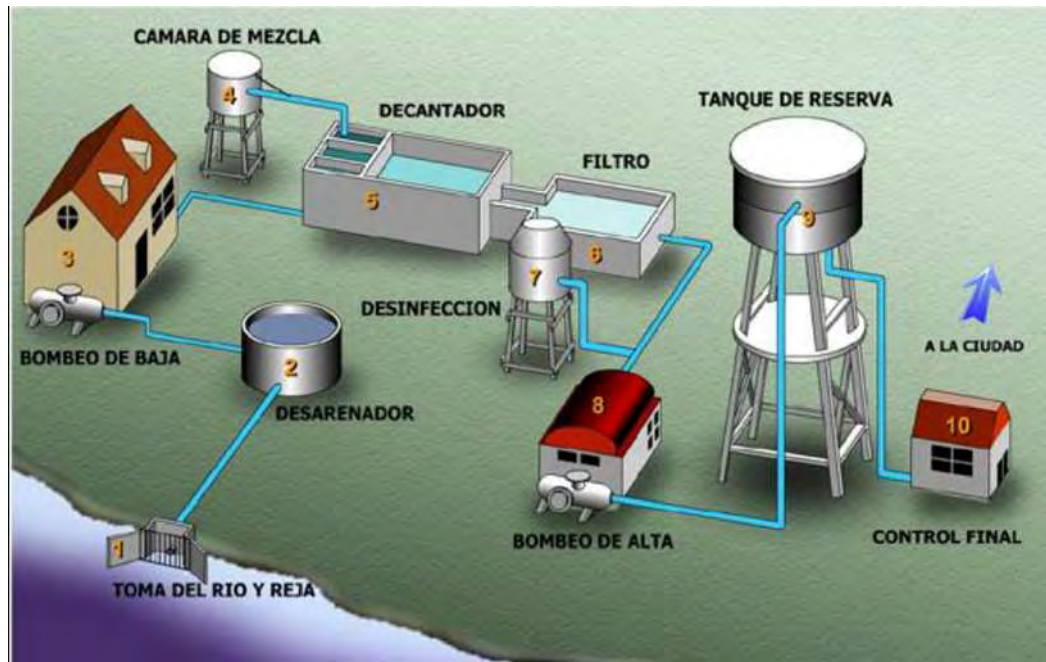


Figura 1.17: Proceso de potabilización de agua, infografía de Sedapal

Industria farmacéutica

Existen diversos procesos dentro la industria farmacéutica tales como: esterilización, fermentación, extracción, neutralización, filtración, secado y centrifugación. Cada uno de estos procesos necesita un control cuidadoso. En la figura 1.18 se muestra el lazo control de un proceso farmacéutico para la fabricación de medicinas, el cual necesita un control y medición de:

- 1.- La temperatura.- Dentro del proceso farmacéutico es una medida importante ya que es usado para la velocidad de reacción química.
- 2.- Bombas y válvulas del proceso.- En algunos procesos mantener una adecuada presión sirve para obtener una adecuada reacción.
- 3.- Flujos de proceso.- Los procesos necesitan ciertos flujos para mantener a los recipientes de reactores con adecuado nivel.
- 4.- Composición química.- En este tipo de industria se requiere un cuidadoso control de las cantidades de químicos entregados al proceso, con el fin de mantener una adecuada composición.

5.- Nivel de los tanques.- El control de los niveles de tanques reduce la cantidad de pérdidas, ya que en este tipo de industria el exceso de algún nivel requiere mayor cantidad de químicos.

6.- Control del agitador. - El agitador se usa para mezclar líquidos, sólidos o gases.

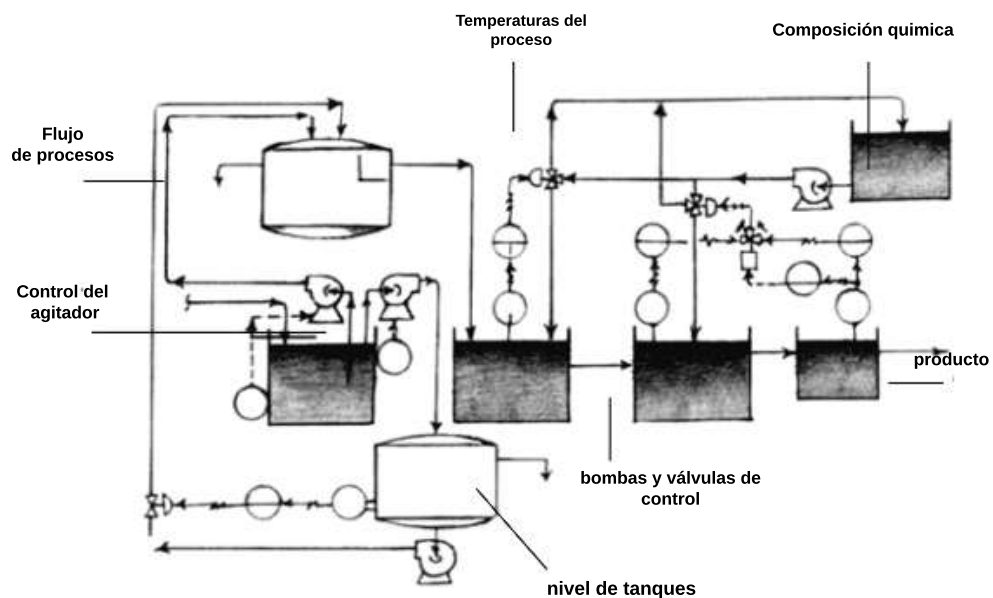


Figura 1.18: Proceso farmacéutico mostrado en **HEWLETT PACKARD**

1.9. Planteamiento del problema

El modelo de sistema de cuatro tanques, al ser un sistema no lineal, representa dinámicos muchas veces encontrados en plantas industriales donde se necesita controlar niveles de líquidos mediante bombas. Esta dinámica la podemos encontrar en industrias de: purificación de aguas, farmacéuticas, alimentarias etc; este modelo es usado para la investigación de linealidades y no linealidades de sistemas multivariados realimentados (Johansson, 2000), a su vez, modificaciones en esta configuración como el aumento del número de válvulas en las conexiones nos permitirá simular fallas en sensores (medidas erróneas), actuadores (bombas dañadas) y en el proceso (válvulas bloqueadas, abiertas), etc.

El desarrollo de un sistema de diagnóstico de fallas permite a los sistemas tener la

capacidad de detectar una falla, pudiendo desenvolverse cuando haya ocurrido una y tenga la posibilidad de recuperarse de ella, evitando pérdidas materiales o del personal (seguridad), mejorando la disponibilidad y la reducción de paradas (Fiabilidad). Todo esto para mejorar la productividad y la eficiencia de costos.

Las fallas a menudo causan modificaciones del rango de operación para el cual fue diseñado, generando problemas en el sistema de control y/o sistema de diagnóstico. Una manera útil para hacerle frente a este suceso es la técnica de múltiples modelos lineales que permite trabajar con localidades restringidas alrededor de puntos de operación; uno de los problemas al usar este tipo de técnica es que se debe asegurar que cuando se use una técnica de control, el sistema tendrá que converger al punto de operación requerido por el operario además de tener una adecuada conmutación entre modelos con la finalidad de no perder información para el diagnóstico de una falla.

1.10. Objetivos

Objetivo General

Desarrollar un sistema de diagnóstico de fallas basado en observadores de Luenberger, de entrada desconocida y de tipo proporcional integral, utilizando el método de representación politópica, este último para extender el rango de operación del sistema a fin de facilitar el diagnóstico.

1.10.1. Objetivos Específicos

Para poder alcanzar este objetivo es necesario realizar los siguientes trabajos de investigación y desarrollo:

- Realizar el estudio de las técnicas de diagnóstico de fallas basados en modelos y de los procesos hidráulicos basados en tanques acoplados.
- Obtener el modelo matemático del proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados que caracterice su comportamiento dinámico presentándolo en su representación Polítópica.
- Diseñar los observadores de Luenberger, de entrada desconocidas y de tipo proporcional integral, con el fin de seleccionar al que tenga el mejor desempeño para el diagnóstico de Fallas.
- Diseñar el Sistema de Diagnóstico de Fallas basados en el observador con mejor desempeño, usando el esquema de observadores Generalizados (GOS, por sus siglas en inglés).
- Desarrollar una propuesta de implementación del método de diagnóstico de fallas en la planta piloto de cuatro tanques que se instalará en el laboratorio de control avanzado del Departamento de Ingeniería.

CAPÍTULO 2

Modelamiento del Sistema de Cuatro Tanques

2.1. Introducción

En este capítulo se realiza una descripción del sistema de cuatro tanques interconectados, componentes, modelamiento, las fallas que pueden aparecer, etc. El estudio de detectabilidad, aislabilidad e identificabilidad juega un papel importante en el análisis estructural para la construcción y diseño de un sistema de diagnóstico de fallas, se distingue a la detectabilidad, aislabilidad e identificabilidad basado en rendimiento y a los que son propios de un sistema (Ding, 2008).

2.2. Sistema de Cuatro Tanques

2.2.1. Generalidades

El sistema de cuatro tanques es usado para la investigación de linealidades y no linealidades de sistemas multivariantes realimentados. Los modelos no lineales generalmente son usados para describir procesos dinámicos vistos en la industria; por lo que el sistema hidráulico de cuatro tanques representa perfectamente un sistema en el cual se pueda simular fallas como atasco de tubería, fallas de medición, fugas, etc. Nos basaremos en el modelo planteado por (Johansson, 2000), el cual consta de 4 tanques de agua, dos bombas, válvulas para controlar la entrada de agua a los tanques. Se definen como entradas del proceso a los voltajes de las bombas v_1 y v_2 , las salidas son el control de nivel en los tanques 1 y 2, como se muestra en la figura 2.1

Para modelar el sistema se hace uso de las siguientes ecuaciones básicas:

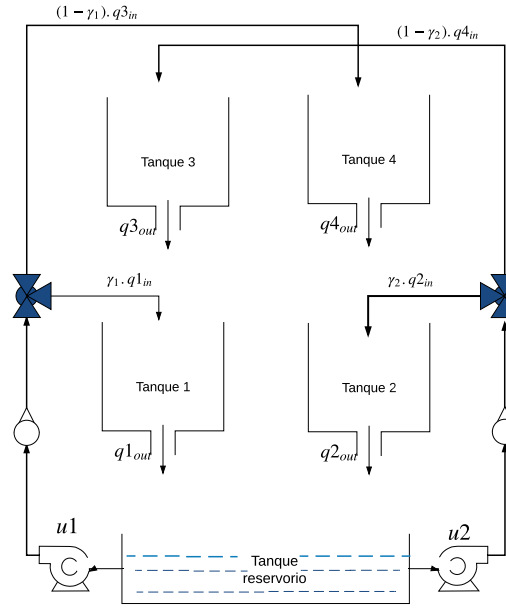


Figura 2.1: Modelo hidráulico de cuatro tanques.

2.2.2. Balance de masas

Para cada tanque, se aplica lo siguiente:

$$\dot{Vol} = a * \dot{h} = q_{in} - q_{out} \quad (2.1)$$

donde:

Vol : volumen de agua en el tanque

a : área del tanque

h : nivel del tanque

q_{in} : flujo de entrada

q_{out} : flujo de salida

2.2.3. Ecuación de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli describe el comportamiento de un flujo moviéndose a lo largo de un tubo.

En la figura 2.2 se muestra a un tubo que se encuentra en dos niveles de referencia: el primer punto de referencia es el punto 1, el cual está a una altura y_1 , tiene un área A_1 , en este punto se encuentra un fluido que viaja con una velocidad v_1 , el fluido también experimenta una fuerza F_1 . El punto 2 se encuentra a una altura y_2 , tiene un área A_2 , en este punto se cambia de velocidad de v_1 a v_2 y existe una fuerza de reacción en contra del movimiento proveniente del punto 1 debido a la tercera ley de newton F_2 . Bernoulli se basó en el teorema de la conservación de la energía mecánica, el cual

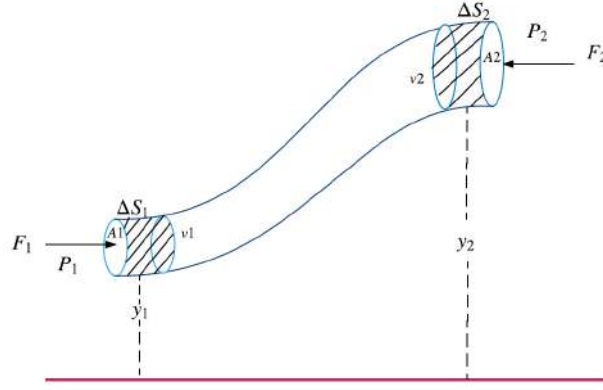


Figura 2.2: Tubo de ejemplo

mencionan que la suma de trabajos de fuerzas no conservativas es igual al cambio de energía:

$$\Delta E = \sum W_{FNC} \quad (2.2)$$

con:

$$\sum W_{FNC} = F_1 \Delta S_1 \cos(0) + F_2 \Delta S_2 \cos(180) = F_1 \Delta S_1 - F_2 \Delta S_2 \quad (2.3)$$

Usando la definición de fuerza = presión * área, reemplazando la ecuación (2.3) en (2.2) tenemos:

$$\sum W_{FNC} = P_1 A_1 \Delta S_1 - P_2 A_2 \Delta S_2 \quad (2.4)$$

Para el cambio de energía se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_2 - E_1 = K_c + U_p = (K_{c2} + U_{p2}) - (K_{c1} + U_{p1}) \\ \Delta E &= \frac{1}{2} m_2 V_2^2 + m_2 g y_2 - \frac{1}{2} m_1 V_1^2 - m_1 g y_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Las masas que se desplazan son iguales por conservación de la masa:

$$\begin{aligned} m_2 &= m_1 \\ \rho_1 \Delta Vol_1 &= \rho_2 \Delta Vol_2 = \rho \Delta Vol \end{aligned} \quad (2.6)$$

de (2.6) en (2.5)

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} \rho \Delta Vol V_2^2 + \rho \Delta Vol g y_2 - \frac{1}{2} \rho \Delta Vol V_1^2 - \rho \Delta Vol g y_1 \\ \Delta E &= \left(\frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g y_2 - \frac{1}{2} \rho V_1^2 - \rho g y_1 \right) \Delta Vol \end{aligned} \quad (2.7)$$

reemplazando (2.7) y (2.4) en (2.2)

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= \sum W_{FNC} \\
 (\frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 - \frac{1}{2}\rho V_1^2 - \rho g y_1)\Delta Vol &= P_1 A_1 \Delta S_1 - P_2 A_2 \Delta S_2 \\
 (\frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 - \frac{1}{2}\rho V_1^2 - \rho g y_1)\Delta Vol &= (P_1 - P_2)\Delta Vol \\
 \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 - \frac{1}{2}\rho V_1^2 - \rho g y_1 &= P_1 - P_2 \\
 P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 &= P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 \tag{2.8}
 \end{aligned}$$

(2.8) es conocida como ecuación de Bernoulli, esta indica que

$$\begin{aligned}
 P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 - P_2 - \frac{1}{2}\rho V_2^2 - \rho g y_2 &= 0 \\
 \Delta(P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g y) &= 0 \\
 P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g y &= cte
 \end{aligned}$$

Lo que indica que esta cantidad es constante en toda la tubería.

2.2.4. Flujos generados por las bombas

Definimos los caudales de entrada de acuerdo a la bomba de la cual proviene para los respectivos tanques, viene dado por lo siguiente:

Tabla 2.1: Caudales para los tanques generados por las bombas

	Para el tanque 1	Para el tanque 2	Para el tanque 3	Para el tanque 4
Bomba 1	$\gamma_1 * kp * u_1$			$1 - \gamma_1 * kp * u_1$
Bomba 2		$\gamma_2 * kp * u_2$	$(1 - \gamma_2) * kp * u_2$	

De la tabla 2.1 Finalmente, para cada tanque se tiene:

•Tanque 2

Para el tanque 2 tomamos los puntos de referencia 1 y 2 como se indica en la figura 2.4: Las presiones en los puntos 1 y 2 son iguales ya que ambas se encuentran en la atmósfera, se toma como referencia el punto 2 (entonces $y_2 = 0$), el punto 1 ($y_1 = h$), la velocidad en la parte 1 es despreciable comparado con la velocidad 2 por lo que se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \rho g h &= \frac{1}{2}\rho V_2^2 \\
 V_2 &= \sqrt{2gh}
 \end{aligned}$$

Entonces usando la fórmula de caudal para la salida viene dado por:

$$\begin{aligned}
 q_{out} &= o * V_2 \\
 q_{in} &= \gamma_2 * kp * u_2
 \end{aligned}$$

En el tanque 2 tenemos 2 entradas y una salida por lo que se define lo siguiente:

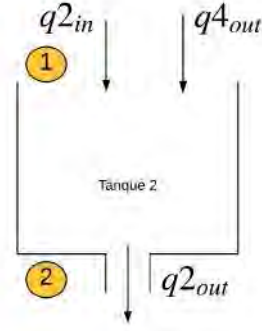


Figura 2.3: Entradas y salidas del tanque 2.

$$a_2 \frac{dh_2}{dt} = q_{2in} + q_{4out} - q_{2out} \quad (2.9)$$

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{a_2} (\gamma_2 k p_2 u_2 + o_4 \sqrt{2gh_4} - o_2 \sqrt{2gh_2})$$

•Tanque 1

En el tanque 1 tenemos 2 entradas y una salida como se muestra en la siguiente figura:

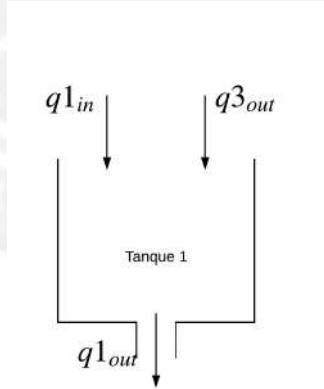


Figura 2.4: Entradas y salidas del tanque 1.

$$a_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{1in} + q_{3out} - q_{1out} \quad (2.10)$$

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{a_1} (\gamma_1 k p_1 u_1 + o_3 \sqrt{2gh_3} - o_1 \sqrt{2gh_1})$$

•Tanque 3

En este tanque se tiene una salida y una entrada como se muestra a continuación:

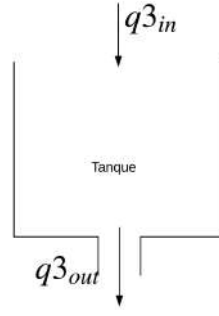


Figura 2.5: Entradas y salidas del tanque 3.

$$a3 \frac{dh_3}{dt} = q3_{in} + q3_{out}$$

$$\dot{h}_3 = \frac{1}{a3} ((1 - \gamma_2)kp2u_2 - o3\sqrt{2gh_3}) \quad (2.11)$$

•Tanque 4

En este tanque se tiene una salida y una entrada como se muestra a continuación:

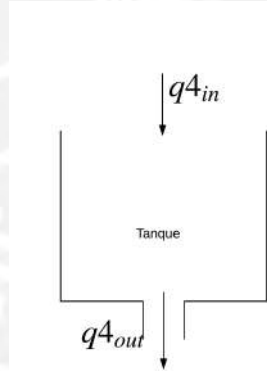


Figura 2.6: Entradas y salidas del tanque 4

$$a4 \frac{dh_4}{dt} = q4_{in} + q4_{out}$$

$$\dot{h}_4 = \frac{1}{a4} ((1 - \gamma_1)kp1u_1 - o4\sqrt{2gh_4}) \quad (2.12)$$

Finalmente, las ecuaciones que caracterizan al sistema de cuatro tanques es:

$$\begin{aligned}
 \dot{h}_1 &= \frac{1}{a1}(\gamma_1 kp1u_1 + o3\sqrt{2gh_3} - o1\sqrt{2gh_1}) \\
 \dot{h}_2 &= \frac{1}{a2}(\gamma_2 kp2u_2 + o4\sqrt{2gh_4} - o2\sqrt{2gh_2}) \\
 \dot{h}_3 &= \frac{1}{a3}((1 - \gamma_2)kp2u_2 - o3\sqrt{2gh_3}) \\
 \dot{h}_4 &= \frac{1}{a4}((1 - \gamma_1)kp1u_1 - o4\sqrt{2gh_4})
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

2.2.5. Características generales del proceso hidráulico de Cuatro Tanques (modelo)

En la tabla 2.2 se muestra las características del modelo del sistema de cuatro tanques

Tabla 2.2: Valores de los parámetros del proceso hidráulico de cuatro tanques (modelo)

Parámetros	Unidad	Valor
$\underline{h1} \ \underline{h2} \ \underline{h3} \ \underline{h4}$	cm	0
$\overline{h1} \ \overline{h2} \ \overline{h3} \ \overline{h4}$	cm	20
u_1, u_2	V	0-10
$\overline{\gamma_1}, \overline{\gamma_2}$	adimensional	0.75,0.73
$\underline{\gamma_1}, \underline{\gamma_2}$	adimensional	0.5,0.6
$o1=o3, o2=o4$	cm ²	0.071,0.057
$a1, a2, a3, a4$	cm ²	28,32,28,32
g	cm/s ²	981
$kp1, kp2$	cm ³ /s	3.33,3.35

2.2.6. Características técnicas del proceso hidráulico de cuatro tanques (laboratorio)

Los parámetros del proceso hidráulico de cuatro tanques que se implementará en el laboratorio se muestran en la tabla 2.3, sus componentes se muestran en la tabla 2.4 y su diseño se muestra en la figura 2.7:

2.3. Sistemas LPV

2.3.1. Generalidades

Un enfoque novedoso para aproximar el sistema no lineal es mediante parámetros variables lineales (LPV). Se le conoce como estrategias de múltiples modelos y trata de representar al sistema mediante una interpolación de modelos locales regidos por una

Tabla 2.3: Valores de los parámetros del proceso hidráulico de cuatro tanques (laboratorio)

Parámetros	Unidad	Valor
$\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3, \bar{h}_4$	m	0
h_1, h_2, h_3, h_4	m	0.4
u_1, u_2	V	—
γ_1, γ_2	adimensional	-
α	m^2	1.2668e-04
β	m^2	0.0707
g	m/s^2	9.81
k_p	m^3/s	0.0002667

Tabla 2.4: Equipos del proceso hidráulico de cuatro tanques (laboratorio)

Descripción	Marca	Modelo
Sensor de flujo de 1"	Rosemount	Sensor: 8705 TSA005C1W0N0 Transmisor: 8732 EST1A1N0M4Q4YS
Sensor de flujo de 1/2"	Rosemount	Sensor: 8705 TSA005C1W0N0 Transmisor: 8732 EST1A1N0M4Q4YS
Sensor de presión	Endress + Hauser	Cerabar M PMC51
Válvula de control	Fisher	Válvula: 2/2" 24000C Globe Actuador: 32 Series Posicionador: DVC2000
Bomba centrífuga	Salmson	MULTI-H 202 SE-T/6-0.55KW
Variador de frecuencia	Allen Bradley	POWERFLEX 4M- 0.75 KW (1 HP) AC DRIVE 480VAC, 3PH, 2.5 AMPS TYPE IP20

región convexa (González, 2012); en la figura 2.8 se observa que un modelo no lineal (línea negra) puede ser aproximado por: un modelo lineal (línea punteada verde) que considera solo un punto de operación o múltiples modelos lineales (línea entre cortada naranja) que consideran más puntos de operación, esta última aproximación logra acercarse de mejor manera al comportamiento no lineal del sistema.

Los sistemas LPV dependen explícitamente del vector de parámetros que varía en el tiempo el cual es descrito por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}(\theta(t))x(t) + \mathbf{B}(\theta(t))u(t) + \mathbf{W}(\theta(t))w(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}(\theta(t))x(t) + \mathbf{D}(\theta(t))u(t) + \mathbf{F}(\theta(t))w(t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entrada $w(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$ es el vector de ruido medido e $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ representa al vector de salida. La linealidad de los modelos alrededor de los puntos solo es válida para una región

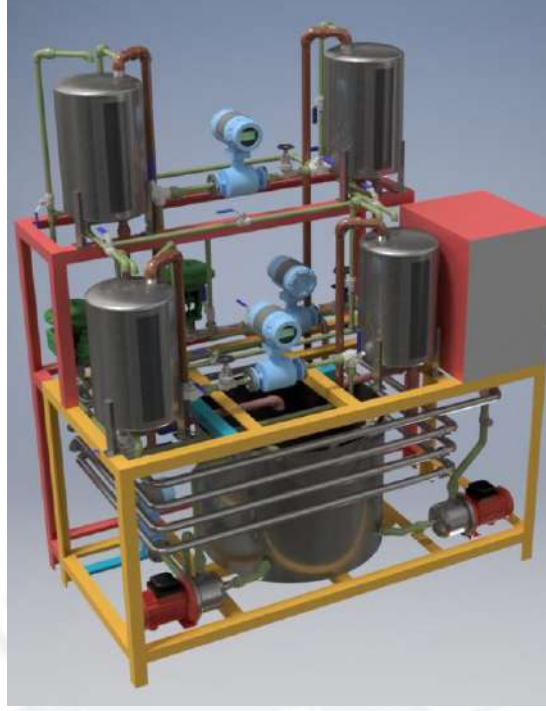


Figura 2.7: Sistema hidráulico planta (Laboratorio PUCP)

restringida de funcionamiento en base a su entorno. Para esta ecuación se asume que el vector de parámetros $\theta(t)$ pertenece a un conjunto convexo Ω :

$$\theta(t) \in \Omega = \{\Omega : \underline{\theta}_i \leq \theta_i(t) \leq \overline{\theta}_i \quad \forall i = 1, 2 \dots N\} \subset \mathbb{R}^N \quad (2.15)$$

donde $\underline{\theta}_i$ y $\overline{\theta}_i$ son las cotas inferiores y superiores de θ_i .

2.3.2. Representación de los sistemas LPV

Existen tres formulación globales par sistemas LPV:

a.- Formulación dependiente de parámetros:

Se tiene que para:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\theta(t)) &= \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\theta_1(t) + \mathbf{A}_2\theta_2(t) + \dots \mathbf{A}_r\theta_r(t) \\ \mathbf{B}(\theta(t)) &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1\theta_1(t) + \mathbf{B}_2\theta_2(t) + \dots \mathbf{B}_r\theta_r(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

de forma similar se halla para \mathbf{C} y \mathbf{D} , donde se denota que $\theta_i(t)$ con $i = 1, 2, \dots, r$ son los componentes del vector de parámetros $\theta(t)$, por lo que en este modelo se presenta una dependencia polinomial de los parámetros.

b.- Formulación para una transformación lineal fraccional(LFT):

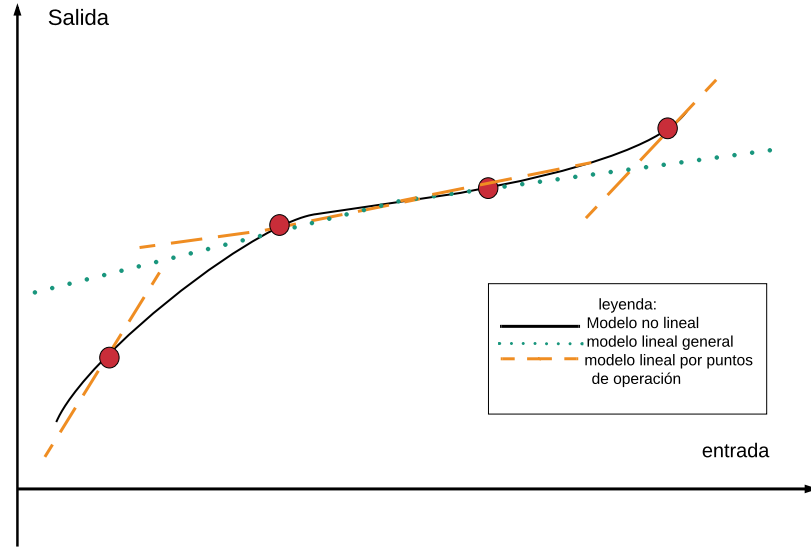


Figura 2.8: Modelo

Para esta formulación se tiene que el sistema está constituido por una interconexión realimentada de un sistema LTI (Sename et al., 2013), por lo que se tiene el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}_0m(t) + \mathbf{B}_1u(t) \\ z(t) &= \mathbf{C}_0x(t) + \mathbf{D}_{00}m(t) + \mathbf{D}_{01}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_1x(t) + \mathbf{D}_{10}m(t) + \mathbf{D}_{11}u(t) \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde:

$$m(t) = \Delta(t)z(t)$$

$$\Delta(t) = \text{diag}(\theta_1(t)\mathbf{I}_{l_1}, \theta_2(t)\mathbf{I}_{l_2}, \dots, \theta_s(t)\mathbf{I}_{l_s})$$

$$m, z \in \mathbb{R}^l, l = l_1 + l_2 + \dots + l_s$$

Se observa que:

- El sistema se divide en dos partes: una que tiene parámetros variables y otra que tiene parámetros constantes, por lo que se manipulara al sistema en función de los parámetros variables.
- Los elementos del sistema de matrices se vuelven funciones racionales de primer orden de los elementos del vector de parámetros si $\mathbf{D}_{00} \neq 0$, y serán funciones lineales del vector de parámetros para $\mathbf{D}_{00} = 0$.
- Formulación politópica.

Los polítopos son generalizaciones de los poliedros a dimensiones arbitrarias. Los sistemas politópicos están representados explícitamente como una combinación convexa que varía en el tiempo de sistemas LTI (Briat, 2014). Se definen funciones de

ponderación λ_i que rigen el comportamiento del sistema LPV que pertenecen al conjunto convexo Φ :

$$\Phi = \{\lambda_i(\theta(t)) = \lambda_i(\underline{\theta}, \bar{\theta}, \theta(t)) : \lambda(\theta(t)_i) \geq 0; \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i \theta(t) = 1\} \quad (2.18)$$

donde:

- a) El vector de parámetros $\theta(t)$ se halla dentro del polígono que tiene 2^N vértices, N es el número de parámetros que son variables.
- b) Cada uno de los vértices del polígono está compuesto por la combinación de los valores extremos de cada parámetro.

Por lo que la formulación politópica LPV de la ecuación 2.14 es:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{Q=2^N} \lambda_i(\theta) [\mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{B}_i u(t) + \mathbf{W}_i w(t)] \\ y(t) &= \sum_{i=1}^{Q=2^N} \lambda_i [\mathbf{C}_i x(t) + \mathbf{D}_i u(t) + \mathbf{F}_i w(t)] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Las funciones de ponderación se construyen en base a ecuaciones de acuerdo al número de parámetros que las generan, por ejemplo:

- Para $N=1$, $Q=2$

$$\lambda_1(\theta(t)) = \left(\frac{\bar{\theta} - \theta}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} \right); \quad \lambda_2(\theta(t)) = \frac{\theta - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} \quad (2.20)$$

- Para $N=2$, $Q=4$, indica que el $\Phi = [\theta = \theta_1, \theta_2 \in \Phi \subset \mathbb{R}^2]$

$$\begin{aligned} \lambda_1(\theta(t)) &= \left(\frac{\theta_1 - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \right) \left(\frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} \right); & \lambda_2(\theta(t)) &= \left(\frac{\theta_1 - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \right) \left(\frac{\theta_2 - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} \right) \\ \lambda_3(\theta(t)) &= \left(\frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \right) \left(\frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} \right); & \lambda_4(\theta(t)) &= \left(\frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \right) \left(\frac{\theta_2 - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

- Para $N \geq 3$, $Q \geq 8$

$$\lambda_i(\theta(t)) = \prod_{j=1}^M \frac{\alpha_{ij} \theta_j + \beta_{ij}}{\theta_j - \underline{\theta}_j} \quad (2.22)$$

si:

$$\alpha_{ij} \begin{cases} 1 & \text{cuando } b_i^j = 0 \\ -1 & \text{cuando } b_i^j = 1 \end{cases}$$

$$\beta_{ij} \begin{cases} -\bar{\theta}_j & \text{cuando } b_i^j = 0 \\ \theta_j & \text{cuando } b_i^j = 1 \end{cases}$$

Si se sabe que $b_M^i, \dots, b_2^i, b_1^i$ es una representación binaria del índice i .

2.3.3. Modelo analítico de los sistemas LPV

Los siguientes métodos se aplican si el modelo en espacio estados de la planta no lineal esta disponible:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u) \\ y(t) &= g(x, u) \end{aligned} \quad (2.23)$$

1. Linealización Jacobiana

Esta aproximación es uno de los métodos más simple para hallar modelos LPV, el modelo que resulta es una aproximación local alrededor de puntos de equilibrio de la dinámica de la planta no lineal, por lo que la aplicación de este método dependerá de que si el sistema no lineal admite la linealización alrededor de los puntos de equilibrio con los que se quiera trabajar. Este método utiliza la aproximación de las series de Taylor de primer orden (Sename et al., 2013)

2. Transformación de estados

Este método usa el cambio de coordenadas para quitar los términos no lineales del sistema que no dependen de los parámetros de programación. Además, se asume que se tiene el siguiente modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ g(t) \end{bmatrix} = K(\rho) + \mathbf{A}(\rho) \begin{bmatrix} z(t) \\ g(t) \end{bmatrix} + \mathbf{B}(\rho)u \quad (2.24)$$

Donde $z(t)$ son los estados programados y $g(t)$ son los unos no programados, los estados programados son iguales a las entradas de control, además de que existe las funciones continuas diferenciables $g_{eq}(\rho)$ y $u_{eq}(\rho)$ (Sename et al., 2013) tal que:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1(\rho) \\ K_2(\rho) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11}(\rho) & A_{12}(\rho) \\ A_{21}(\rho) & A_{22}(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ g_{eq}(\rho) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(\rho) \\ B_2(\rho) \end{bmatrix} u_{eq}(\rho) \quad (2.25)$$

Se sustituye 2.25 en 2.24, usando $g_{eq}(\rho) = \frac{\partial g_{eq}(\rho)}{\partial \rho} \dot{z}$ y se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{g} - g_{eq}(\rho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A_{12}(\rho) \\ 0 & A_{22}(\rho) - \frac{\partial g_{eq}(\rho)}{\partial z} |_{\rho} A_{12}(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ g - g_{eq}(\rho) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(\rho) \\ B_2(\rho) - \frac{\partial g_{eq}(\rho)}{\partial z} |_{\rho} B_1(\rho) \end{bmatrix} (u - u_{eq}(\rho)) \quad (2.26)$$

3. Sustitución de funciones

Esta aproximación se usa para la derivación de modelos qLPV basado en la descomposición de funciones por otras que son lineales respecto a los parámetros programados. Se aplica a modelos qLPV que tienen no linealidades en las señales de entrada de control.

2.3.4. Modelo LPV politópico del sistema de cuatro tanques

Para la obtención del modelo LPV se siguen los siguientes pasos:

- a.- Se define como parámetros variables a las constantes de apertura de las válvulas que controlan el ingreso de flujo a los tanques:
 $\gamma_1 \in [0,5 : 0,75]$ $\gamma_2 \in [0,43 : 0,68]$
- b.- Los puntos de linealización son determinados al evaluar el sistema no lineal de la ecuación 2.13 en cada uno de los límites del parámetro variable, obteniendo así $2^2 = 4$ modelos locales LPV. Aplicando la expansión de series de Taylor de primer orden en 2.13, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-g*o1}{a1*\sqrt{2*g*x1o}} & 0 & \frac{g*o3}{a3*\sqrt{2*g*x3o}} & 0 \\ 0 & \frac{-g*o2}{a2*\sqrt{2*g*x2o}} & 0 & \frac{g*o4}{a4*\sqrt{2*g*x4o}} \\ 0 & 0 & \frac{-g*o3}{a3*\sqrt{2*g*x3o}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-g*o4}{a4*\sqrt{2*g*x4o}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 - x1o \\ x2 - x2o \\ x3 - x3o \\ x4 - x4o \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1*kp1}{a1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2*kp2}{a2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)*kp2}{a3} \\ \frac{(1-\gamma_1)*kp1}{a4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 - u1o \\ u2 - u2o \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

donde: $x1o, x2o, x3o, x4o$ son los valores en estado estable del sistema no lineal y $u1o, u2o$ son las entradas del punto de linealización. Agrupando términos en común se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-g*o1}{a1*\sqrt{2*g*x1o}} & 0 & \frac{g*o3}{a3*\sqrt{2*g*x3o}} & 0 \\ 0 & \frac{-g*o2}{a2*\sqrt{2*g*x2o}} & 0 & \frac{g*o4}{a4*\sqrt{2*g*x4o}} \\ 0 & 0 & \frac{-g*o3}{a3*\sqrt{2*g*x3o}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-g*o4}{a4*\sqrt{2*g*x4o}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1*kp1}{a1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2*kp2}{a2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)*kp2}{a3} \\ \frac{(1-\gamma_1)*kp1}{a4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(\frac{-g*o1*x1o}{a1*\sqrt{2*g*x1o}} + \frac{g*o3*x3o}{a3*\sqrt{2*g*x3}} + \frac{\gamma_1*kp1}{a1}*u1o) \\ -(\frac{-g*o2*x2o}{a2*\sqrt{2*g*x2o}} + \frac{g*o4*x4o}{a4*\sqrt{2*g*x4o}} + \frac{\gamma_2*kp2}{a2}*u2o) \\ -(\frac{-g*o3*x3o}{a3*\sqrt{2*g*x3o}} + \frac{(1-\gamma_2)*kp2}{a3}*u2o) \\ -(\frac{-g*o4*x4o}{a4*\sqrt{2*g*x4o}} + \frac{(1-\gamma_1)*kp1}{a4}*u1o) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Las ecuaciones 2.27 y 2.28 pueden representarse en el tiempo continuo como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}(\theta(t))x(t) + \mathbf{B}(\theta(t))u(t) + \Delta x(\theta(t)) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\quad (2.30)$$

c.- A continuación evaluamos cada modelo de la ecuación 2.29, en cada uno de los puntos de operación:

Modelo local 1.- Si se considera para $x1o = 4,97$ $x2o = 11,1$ $x3o = 0,7934$
 $x4o = 2,7802$ $v1o = 2,5284$ $v2o = 2,0905$ y $\gamma_1 = 0,5$ $\gamma_2 = 0,6$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0252 & 0 & 0,0630 & 0 \\ 0 & -0,0118 & 0 & 0,0237 \\ 0 & 0 & -0,0630 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0237 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0595 & 0 \\ 0 & 0,0628 \\ 0 & 0,0479 \\ 0,0520 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0752 \\ -0,0662 \\ -0,0505 \\ -0,0656 \end{bmatrix}\quad (2.31)$$

Modelo local 2.- Si se considera para $x1o = 11,57$ $x2o = 9,78$ $x3o = 1,3927$
 $x4o = 0,8507$ $v1o = 2,7972$ $v2o = 2,7697$ y $\gamma_1 = 0,75$ $\gamma_2 = 0,6$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0165 & 0 & 0,0476 & 0 \\ 0 & -0,0126 & 0 & 0,0428 \\ 0 & 0 & -0,0476 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0428 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0892 & 0 \\ 0 & 0,0628 \\ 0 & 0,0479 \\ 0,0260 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,1249 \\ -0,0871 \\ -0,0664 \\ -0,0363 \end{bmatrix}\quad (2.32)$$

Modelo local 3.- Si se considera para $x1o = 2,71$ $x2o = 10,8$ $x3o = 0,3391$
 $x4o = 1,7561$ $v1o = 2,0095$ $v2o = 2,0247$ y $\gamma_1 = 0,5$ $\gamma_2 = 0,73$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0341 & 0 & 0,0964 & 0 \\ 0 & -0,0120 & 0 & 0,0298 \\ 0 & 0 & -0,0964 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0298 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0595 & 0 \\ 0 & 0,0764 \\ 0 & 0,0323 \\ 0,0520 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0598 \\ -0,0774 \\ -0,0327 \\ -0,0522 \end{bmatrix}\quad (2.33)$$

Modelo local 4.- Si se considera para $x1o = 8,95$ $x2o = 13,14$ $x3o = 0,6513$
 $x4o = 0,8228$ $v1o = 2,7509$ $v2o = 2,8060$ y $\gamma_1 = 0,75$ $\gamma_2 = 0,73$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0188 & 0 & 0,0696 & 0 \\ 0 & -0,0109 & 0 & 0,0435 \\ 0 & 0 & -0,0696 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0435 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0892 & 0 \\ 0 & 0,0764 \\ 0 & 0,0323 \\ 0,0260 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,1225 \\ -0,1069 \\ -0,0453 \\ -0,0357 \end{bmatrix}\quad (2.34)$$

A continuación se verifica los eigenvalores de cada matriz para verificar la estabilidad:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,0252 \\ -0,0118 \\ -0,0630 \\ -0,0237 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0,0165 \\ -0,0126 \\ -0,0476 \\ -0,0428 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} -0,0341 \\ -0,0120 \\ -0,0964 \\ -0,0298 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} -0,0188 \\ -0,0109 \\ -0,0696 \\ -0,0435 \end{bmatrix}\quad (2.35)$$

d.- Se halla las funciones de ponderación para cada modelo:

$$\begin{aligned}\lambda_1(\theta) &= \left(\frac{\bar{\gamma}_1 - \gamma_1}{\bar{\gamma}_1 - \underline{\gamma}_1}\right) \left(\frac{\bar{\gamma}_2 - \gamma_2}{\bar{\gamma}_2 - \underline{\gamma}_2}\right) & \lambda_2(\theta) &= \left(\frac{\gamma_1 - \underline{\gamma}_1}{\bar{\gamma}_1 - \underline{\gamma}_1}\right) \left(\frac{\bar{\gamma}_2 - \gamma_2}{\bar{\gamma}_2 - \underline{\gamma}_2}\right) \\ \lambda_3(\theta) &= \left(\frac{\bar{\gamma}_1 - \gamma_1}{\bar{\gamma}_1 - \underline{\gamma}_1}\right) \left(\frac{\gamma_2 - \underline{\gamma}_2}{\bar{\gamma}_2 - \underline{\gamma}_2}\right) & \lambda_4(\theta) &= \left(\frac{\gamma_1 - \underline{\gamma}_1}{\bar{\gamma}_1 - \underline{\gamma}_1}\right) \left(\frac{\gamma_2 - \underline{\gamma}_2}{\bar{\gamma}_2 - \underline{\gamma}_2}\right)\end{aligned}\quad (2.36)$$

e.- Finalmente, el modelo politópico para el sistema de cuatro tanques viene representado por lo siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i(\theta) [\mathbf{A}_i h(t) + \mathbf{B}_i u(t) + \Delta x_i] \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\tag{2.37}$$

2.3.4.1. Simulación del modelo politópico del proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados

Con el fin de evaluar el desempeño de los modelos locales propuestos se realiza una simulación en simulink, el esquema que se utilizó es mostrado en la figura 2.9. En el esquema las entradas son: las señales de control cuadradas con amplitudes dentro del rango lineal de trabajo de cada modelo y las constantes de apertura de las válvulas (γ_1 y γ_2); mientras que las salidas serán las alturas de los tanques.

El bloque "Proceso" representa al modelo no lineal del proceso obtenido en las ecuaciones de 2.13; el bloque *seleccionador* tiene como entradas al porcentaje de apertura de las válvulas de ingreso a los tanques, estos valores serán usados para hallar la función de ponderación que es descrito en el paso "d" de la sección 2.2.3, este bloque es el encargado de elegir el modelo local adecuado según cada apertura de válvula; el bloque "Modelo local" representa los modelos locales descritos en el paso "c" visto en la sección 2.2.3 estos modelos locales serán activados por el bloque "seleccionador".

Los resultados de la simulación de cada modelo se muestran en la figura 2.10 y 2.11, donde se observa gráficamente que la salidas de los modelos locales convergen con las salidas del modelo no lineal.

FIT	Modelo local 1	Modelo local 2	Modelo local 3	Modelo local 4
FIT _{x1}	92.29 %	93.99 %	90.89 %	92.85 %
FIT _{x2}	92.82 %	94.07 %	93.77 %	93.93 %
FIT _{x3}	90.5 %	9.77 %	88.1 %	91.03 %
FIT _{x4}	89.65 %	92.08 %	91.8 %	91.92 %

Tabla 2.5: Tabla de porcentaje de la bondad de ajuste de los modelos locales con la planta no lineal.

Además de las pruebas gráficas se presenta la tabla 2.5, donde se indica la discrepancia entre los valores del modelo local y los valores del modelo no lineal.

Finalmente, se puede afirmar con las pruebas gráficas y cuantitativas que los modelos locales representan una dinámica aproximada de la dinámica del modelo no lineal del proceso.

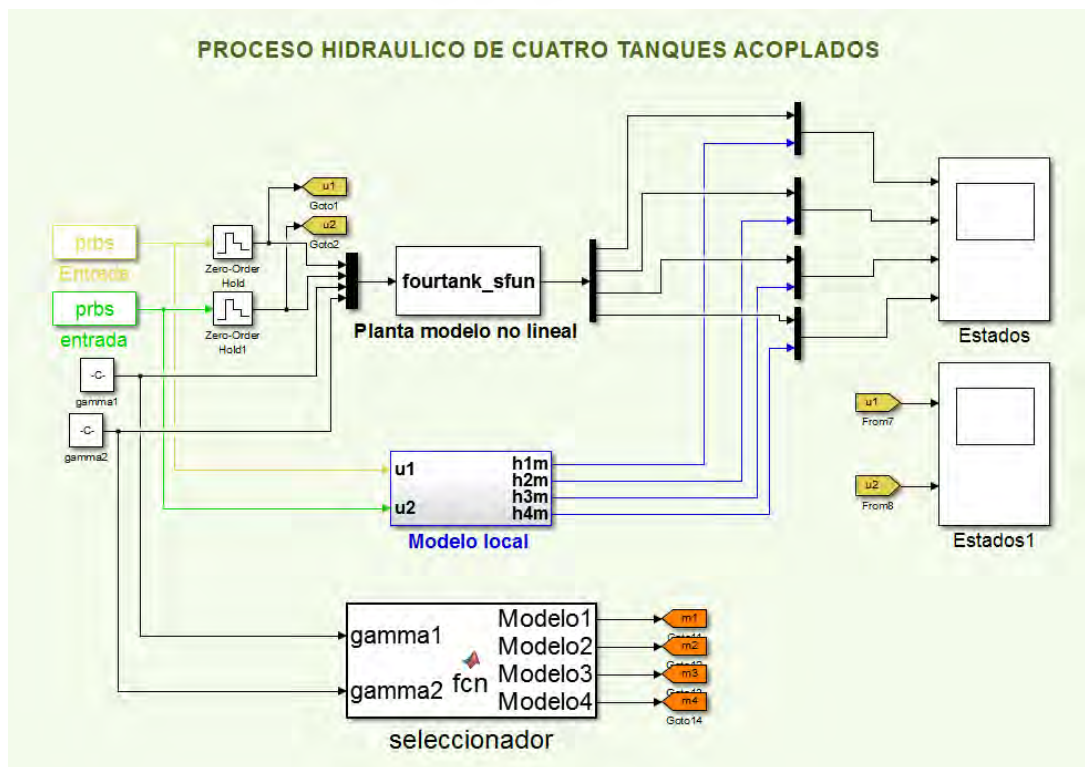
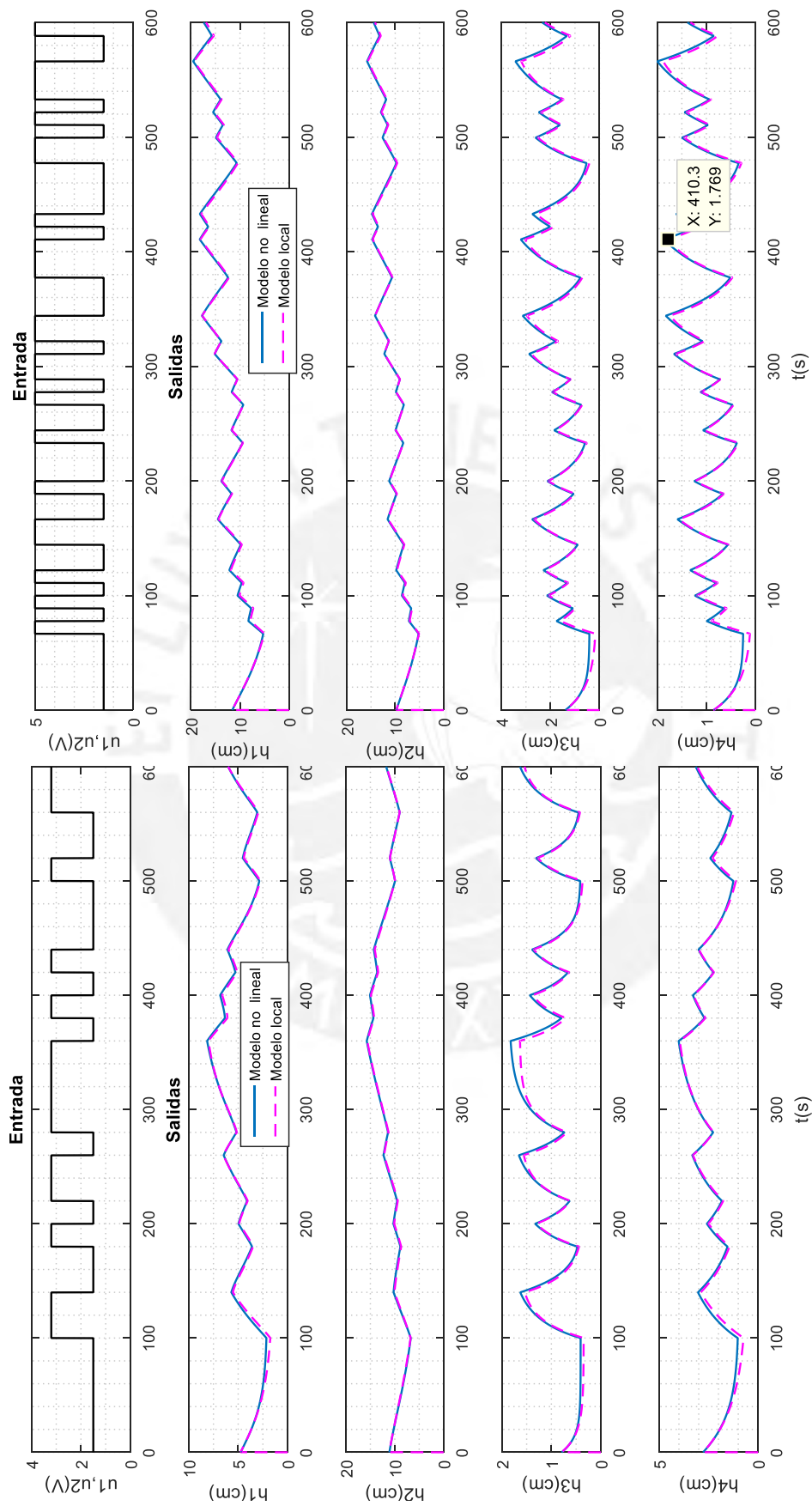


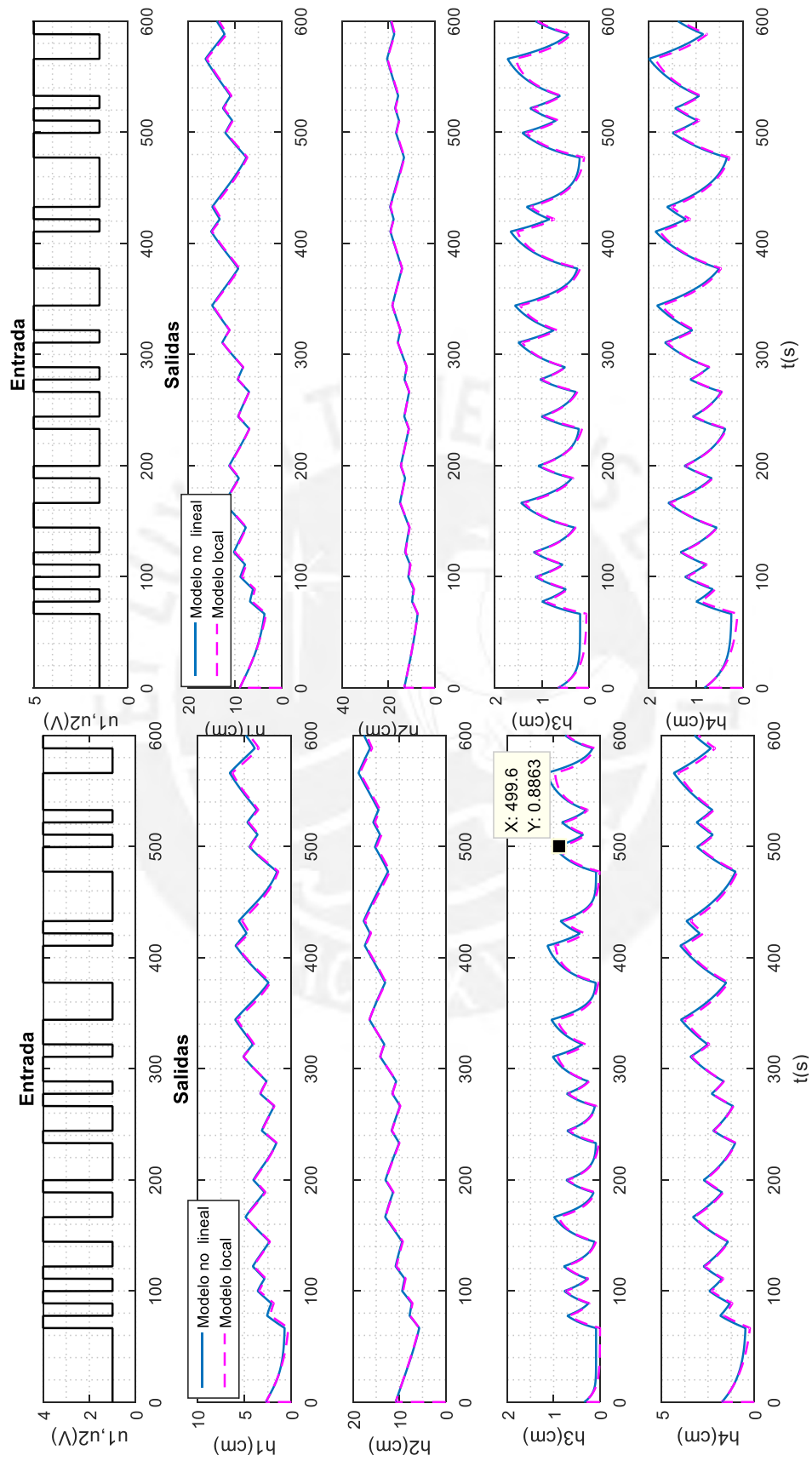
Figura 2.9: Esquema usado para simulación de los modelos locales



(a)

(b)

Figura 2.10: (a) modelo local 1 (b) modelo local 2



(c)

(d)

Figura 2.11: (c) modelo local 3 (d) modelo local 4

2.3.5. Fallas del proceso hidráulico de cuatro tanques acoplados

Se configuran 3 posibles escenarios de falla:

- Cuatro fallas aditivas en cada uno de los sensores de nivel de los tanques son denotadas por:

$$y = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} yf1 \\ yf2 \\ yf3 \\ yf4 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

donde:

- * $[x1, x2, x3, x4]^T$ son los valores reales de los estados.
- * $[yf1, yf2, yf3, yf4]^T$ son los valores de las fallas aditivas que corresponden a los sensores.
- Las fallas en los actuadores corresponden a la variación de la parte de control en nuestro caso son las bombas.

$$\begin{bmatrix} u1f \\ u2f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} uf1 \\ uf2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f1m & 0 \\ 0 & f2m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

donde:

- * $[u1f, u2f]^T$ son los valores reales de las entradas con fallas.
- * $[uf1, uf2]^T$ son los valores de las fallas aditivas que corresponden a los actuadores.
- * $f1m, f2m$ son los valores de las fallas multiplicativas que corresponden a los actuadores.
- Las fallas en los componentes se dan por fugas en los cuatro tanques que pueden ser modeladas como flujo adicional de las salidas de los tanques.

$$\begin{aligned} qf1 &= a_{t1} \sqrt{2gh1} \\ qf2 &= a_{t2} \sqrt{2gh1} \\ qf3 &= a_{t3} \sqrt{2gh3} \\ qf4 &= a_{t4} \sqrt{2gh4} \end{aligned} \quad (2.40)$$

donde:

- * $a_{t1}a_{t2}a_{t3}a_{t4}$ son áreas desconocidas que dependen del agujero de la fuga.
- * $qf1qf2qf3qf4$ son las fugas cada tanque respectivo.

En resumen estas fallas son modeladas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i(\theta) [(\mathbf{A}_i + \Delta A_f)x + \mathbf{B}_i(u + \Delta u)] \\
 \dot{x} &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i(\theta) [(\mathbf{A}_i + \Delta A_f)x + \mathbf{B}_i u + \mathbf{B}_i \Delta u] \\
 \dot{x} &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i(\theta) [(\mathbf{A}_i + \Delta A_f)x + \mathbf{B}_i u + \mathbf{F}_a f] \\
 y &= \mathbf{C}x + \mathbf{F}_s f
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Donde:

ΔA_f representa a la matriz de fugas de los tanques con agujeros de 0.1 cm de radio por lo que $a_{t1} = a_{t2} = a_{t3} = a_{t4} = 0,0314$ mientras que \mathbf{F}_a y \mathbf{F}_s son las fallas en actuadores y sensores tipo aditivas. Para cada modelo se tiene lo siguiente:

1. Para el modelo local 1:

$$\begin{aligned}
 \Delta A_f &= \sum_{i=1}^4 A_i a_{ti} \quad \Delta A_f = \begin{bmatrix} -0,0077 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0062 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0144 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0116 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}_a &= \begin{bmatrix} 0,0595 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0450 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0682 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0520 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

2. Para el modelo 2:

$$\begin{aligned}
 \Delta A_f &= \sum_{i=1}^4 A_i a_{ti} \quad \Delta A_f = \begin{bmatrix} -0,0075 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0102 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0173 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0278 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}_a &= \begin{bmatrix} 0,0892 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0450 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0682 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0260 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

3. Para el modelo 3:

$$\Delta A_f = \sum_{i=1}^4 A_i a_{ti} \quad \Delta A_f = \begin{bmatrix} -0,0120 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0059 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0308 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0139 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} 0,0595 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0712 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0520 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Para el modelo 4:

$$\Delta A_f = \sum_{i=1}^4 A_i a_{ti} \quad A_1 = \begin{bmatrix} -0,2446 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,1973 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8158 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,7378 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Entonces:

$$\Delta A_f = \sum_{i=1}^4 A_i a_{ti} \quad \Delta A_f = \begin{bmatrix} -0,0077 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0062 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0256 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0232 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} 0,0892 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0712 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0260 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

2.4. Análisis de detectabilidad, aislabilidad e identificabilidad de la planta

2.4.1. Detectabilidad

La detectabilidad de fallas se entiende como una propiedad estructural del sistema considerado, una falla es detectable si su ocurrencia cambia el comportamiento nominal

de la salida de un sistema independientemente de su tamaño y tipo (Ding, 2008). Se considera al sistema con fallas aditivas mostrado en el capítulo 2 que afectan a los estados y a la salida:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i(\theta) [(\mathbf{A}_i + \Delta \mathbf{A}_f)x + \mathbf{B}_i u + \mathbf{F}_a f] \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{F}_s f\end{aligned}\quad (2.48)$$

Donde: $f \in \mathbb{R}^{n_f}$ es el vector de fallas aditivas.

Teorema 3.1.- Una falla aditiva es detectable si y solo si:

$$\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s \neq 0 \quad (2.49)$$

Las matrices de fallas: \mathbf{F}_a y \mathbf{F}_s son mostrados en sección anterior(ver ecuación 2.45) entonces para cada modelo local se tiene:

a.- Para el modelo 4 la función de transferencia de las fallas aditivas son:

$$\mathbf{G}_{f4} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.50)$$

con:

$$\begin{aligned}a_{11} &= \left(\frac{446}{5000s+87}\right) & a_{12} &= \left(\frac{1,109 \cdot 10^5}{(10000s+579) \cdot (5000s+87)}\right) & a_{21} &= \left(\frac{6841}{(10000s+421) \cdot (625s+7)}\right) \\ a_{21} &= \left(\frac{6841}{(10000s+421) \cdot (625s+7)}\right) & a_{22} &= \left(\frac{89}{1250s+14}\right) & a_{32} &= \left(\frac{383}{10000s+579}\right) & a_{41} &= \frac{260}{10000s+421}\end{aligned}$$

b.- Para el modelo 1 la función de transferencia de las fallas aditivas son:

$$\mathbf{G}_{f1} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.51)$$

con: $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{32}, a_{41} \neq 0$

c.- Para el modelo 2 la función de transferencia de las fallas aditivas son:

$$\mathbf{G}_{f2} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_2)^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & 1 - a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 1 - a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - a_{44} \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.52)$$

con: $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{32}, a_{41} \neq 0$

d.- Para el modelo 3 la función de transferencia de las fallas aditivas son:

$$\mathbf{G}_{f3} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_3)^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & 1 - a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 1 - a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - a_{44} \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.53)$$

con: $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{32}, a_{41} \neq 0$

De las anteriores pruebas podemos afirmar que **las fallas aditivas son detectables**, para las fallas multiplicativas tenemos las siguientes matrices:

1. Fallas multiplicativas modelo 4:

$$\mathbf{G}_{m1} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{A}_1 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} a_{11m} & a_{21m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.54)$$

con:

$$a_{11m} = -\left(\frac{17199}{(5000s+87)^2}\right) \quad a_{12m} = -\left(\frac{4,267 \cdot 10^6}{(10000s+579) \cdot (5000s+87)^2}\right)$$

$$\mathbf{G}_{m2} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{A}_2 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{21m} & a_{22m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.55)$$

con:

$$a_{21m} = \left(\frac{26533}{(10000s+421) \cdot (625s+7)^2}\right) \quad a_{22m} = -\left(\frac{172,4}{(625s+7)^2}\right)$$

$$\mathbf{G}_{m3} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{A}_2 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 & a_{12m} \\ 0 & 0 \\ 0 & a_{32m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.56)$$

con:

$$a_{21m} = -\left(\frac{2,83710^7}{(10000s+579)^2 \cdot (5000s+87)}\right) \quad a_{32m} = -\left(\frac{98011}{(10000s+579)^2}\right)$$

$$\mathbf{G}_{m4} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{A}_2 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{21m} & 0 \\ 0 & 0 \\ a_{41m} & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.57)$$

con:

$$a_{21m} = -\left(\frac{1,588^6}{(10000s+421)^2 \cdot (625s+7)}\right) \quad a_{41m} = -\left(\frac{60388}{(10000s+421)^2}\right)$$

Se observa que las fallas **Multiplicativas** son detectables para el modelo 4.

2.4.2. Aislabilidad

En la sección anterior demostramos que el tipo de fallas aplicadas al proceso hidráulico son detectables; sin embargo la aislabilidad dependerá de que si los cambios en la salida del sistema provocados por este tipo de fallas se puedan diferenciar. A continuación mostramos algunas de las condiciones de aislabilidad mostradas en (Ding, 2008):

Teorema 3.2 Para el sistema descrito en la ecuación 2.48 con dos fallas $G_{fi}(s)G_{fj}(s)$ para $i \neq j$ serán aislables si:

$$\text{Rank}[G_{fi}(s) \quad G_{fj}(s)] = \text{rank}(G_{fi}(s)) + \text{rank}(G_{fj}(s)) \quad (2.58)$$

El teorema 3.2 se extiende en los siguientes corolarios:

Corolario 3.2.1.- Se tiene a G_f como la matriz de las funciones de transferencia de las fallas:

$$\begin{aligned} G_f &= [G_{f1}(s) \quad G_{f2}(s) \quad \dots \quad G_{fl}] \\ &\text{es aislable si y solo si :} \\ \text{Rank}(G_f) &= \sum_{i=1}^l \text{Rank}(G_{fi}) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Corolario 3.2.2.- Del sistema descrito en la ecuación 2.48 se asume que las fallas f_i con $i = 1, \dots, l \leq n_f$ son fallas aditivas estas fallas serán aislables si y solo si:

$$\text{Rank}(G_f) = l \quad (2.60)$$

Este corolario indica que para aislar " l " fallas diferentes necesitamos al menos un subespacio " l " dimensional en el espacio de medida cubierto por la matriz de transferencia de fallas; por lo tanto las fallas aditivas sólo se pueden aislar si el número de fallos no es mayor que el número de sensores. Para las fallas aditivas se tiene que:

$$\mathbf{G}_f = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s \quad (2.61)$$

Corolario 3.2.3.- Para el sistema descrito en la ecuación 2.48 y asumimos que $f_{ii} = 1..l \leq n_f$ son fallas aditivas estas " l " fallas serán aislables si y solo si:

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} A_i - s\mathbf{I} & \mathbf{F}_a \\ \mathbf{C} & \mathbf{F}_s \end{bmatrix} = n + l \quad (2.62)$$

Aislar todas las fallas del sistema de cuatro tanques es imposible ya que contamos con 4 sensores (la salidas del sistema que serán usadas para la generación de residuales) y

$$n = \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}(\theta_k) \\ \vdots \\ \mathbf{C} \prod_{f=0}^{n-2} \mathbf{A}(\theta_{k+n-2-f}) + \end{bmatrix} = 4$$

Las matrices de falla son:

$$\begin{aligned} G_{m1} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{A}_1(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{B}_4 \\ G_{m2} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{A}_2(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{B}_4 \\ G_{m3} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{A}_3(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{B}_4 \\ G_{m4} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{A}_4(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{B}_4 \\ G_{f1} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_s \end{aligned} \quad (2.63)$$

Creamos una matriz de funciones de transferencia de fallo:

$$G_f = \begin{bmatrix} G_{m1} & G_{m2} & G_{m3} & G_{m4} & G_{f1} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Aplicando el corolario 3.2.1 tenemos lo siguiente:

$$\text{rank}(G_f) = \text{rank}(G_{m1}) + \text{rank}(G_{m2}) + \text{rank}(G_{m3}) + \text{rank}(G_{m4}) + \text{rank}(G_{f1}) \quad (2.65)$$

$$4 \neq 8$$

Debido a la propiedad estructural del proceso comprobado en la anterior desigualdad nos damos cuenta de que no es posible aislar las 10 fallas en el proceso por su propiedad estructural. A continuación dividimos las fallas en subgrupos para saber si son aislables:

- **Caso 1** si existen 6 fallas (fallas aditivas actuadores y sensores) $l = 6$ y $n = 4$ si:

$$\mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} 0,0892 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0712 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0260 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} A_i - s\mathbf{I} & \mathbf{F}_a \\ \mathbf{C} & \mathbf{F}_s \end{bmatrix} = l + n$$

$$8 = (4 + 4)$$

- **Caso 2** si existen 2 fallas (fallas aditivas en los actuadores) $l = 2$ y $n = 4$ si:

$$\mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} 0,0892 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0712 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0260 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} A_i - s\mathbf{I} & \mathbf{F}_a \\ \mathbf{C} & \mathbf{F}_s \end{bmatrix} = l + n$$

$$6 = (2 + 4)$$

- **Caso 3** si existen 4 fallas (fallas aditivas en los sensores) $l = 4$ y $n = 4$ si:

$$\mathbf{F}_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} A_i - s\mathbf{I} & \mathbf{F}_a \\ \mathbf{C} & \mathbf{F}_s \end{bmatrix} = l + n$$

$$8 = 8$$

2.4.3. Identificabilidad

La identificabilidad de fallos del proceso se entiende como una caracterización de la estructura del sistema que es esencial para reconstruir las fallas de la salida y entrada del sistema. Desde el punto de vista matemático la identificabilidad de fallos caracteriza el mapeo desde la salida del sistema a las fallas consideradas; por lo que si esta asignación es única entonces las fallas son identificables (Ding, 2008).

Se define a la matriz de funciones de transferencia de las fallas como:

$$\mathbf{G}_f = [G_{m1} \quad G_{m2} \quad G_{m3} \quad G_{m4} \quad G_{f1}] \quad (2.69)$$

\mathbf{G}_f es la matriz de transferencia del vector de fallas, es identificable si \mathbf{G}_f es invertible y su inversa es estable y causal estos requerimientos son necesarios para la realización de la inversa de $f(s)$.

Si $F(s)$ es el vector de las fallas aditivas y $\Delta y(s)$ son los cambios causados por $F(s)$:

$$\Delta y(s) = \mathbf{G}_f(s)F(s) \quad (2.70)$$

Si $\mathbf{G}_f(s)$ es invertible la inversa es estable y causal por lo que la reconstrucción de $f(s)$ es posible basado en la relación siguiente:

$$F(s) = \mathbf{G}_f(s)^{-1} \Delta y(s) \quad (2.71)$$

2.5. Sistema de control del proceso

El control LQR implementa una ley de control de realimentación de estados " $u = -\mathbf{K}x$ " como se muestra en la figura 2.12. La matriz \mathbf{K} puede ser encontrada minimizando una función de costo sujeta a la dinámica del proceso (modelos locales) y su dimension estará determinada por: el número de variables que se desee controlar y los estados del sistema.

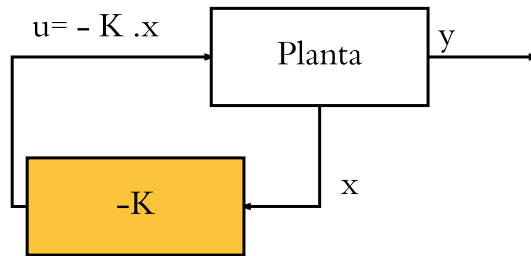


Figura 2.12: Diagrama del control LQR con realimentación de la matriz \mathbf{K}

Con el fin de controlar las alturas en los tanques 1 y 2 se diseña un sistema aumentado, para que las alturas de los tanques controlados converjan a los valores de referencia deseados ($r = [r1; r2]$). El sistema aumentado será representado por lo siguiente:

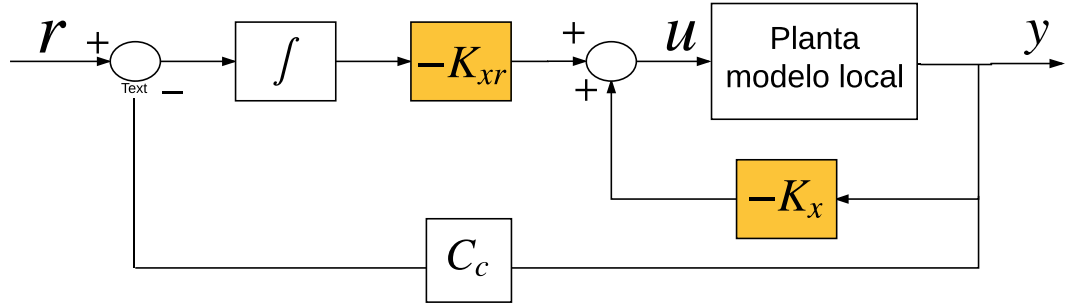


Figura 2.13: Diagrama del control LQR con acción integral

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ xr(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & 0 \\ C_c & I_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ xr(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I_r \end{bmatrix} r(k) \quad (2.72)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ xr(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_a(k+1) &= \mathbf{A}_a x_a(k) + \mathbf{B}_a u(k) + W r(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}_a x_a \end{aligned} \quad (2.73)$$

Donde $x_a \in \mathbb{R}^6$ $u \in \mathbb{R}^2$ las matrices C_c y I_r tienen los siguientes valores:

$$C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Para el sistema dinámico aumentado de la ecuación 2.73 se define la siguiente función de costo J :

$$\int_0^\infty (x_a^T \mathbf{Q} x_a + u^T \mathbf{R} u) dt \quad (2.75)$$

Esta función será resuelta si:

- El vector de estados x_a es conocido y esta disponible para la realimentación.
- $[A_a \ B_a]$ son controlables y $[A_a \ C_a]$ es observable.
- $\mathbf{R} > 0$ $\mathbf{Q} \geq 0$ son simétricas.

la ley de control de realimentación esta dada por:

$$u = -\mathbf{K}(x_a) = - \begin{bmatrix} K_x & K_{xr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ xr(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

con $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_a^T \mathbf{P}$

La matriz \mathbf{P} es simétrica semidefinida positiva y su valor se obtiene resolviendo la ecuación de Riccati:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (2.77)$$

Las ganancias para cada modelo local son:

1. La ganancia de modelo local 1 es:

$$\mathbf{K1} = \begin{bmatrix} 20,4080 & -0,2387 & 1,0246 & 0,0029 & 0,9999 & -0,0124 \\ 0,2456 & 18,0392 & 0,0108 & 0,3745 & 0,0124 & 0,9999 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Con la matriz ganancia $\mathbf{K1}$ obtenida del modelo local 1 se realizaron pruebas de simulación con el modelo no lineal del proceso, para ello se utilizó el esquema mostrado en la figura 2.14, donde Y_o representa a los puntos de equilibrio de los estados y v_o representa a los puntos de equilibrio de las entradas. Los resultados de la simulación se muestran en la figura 2.15.

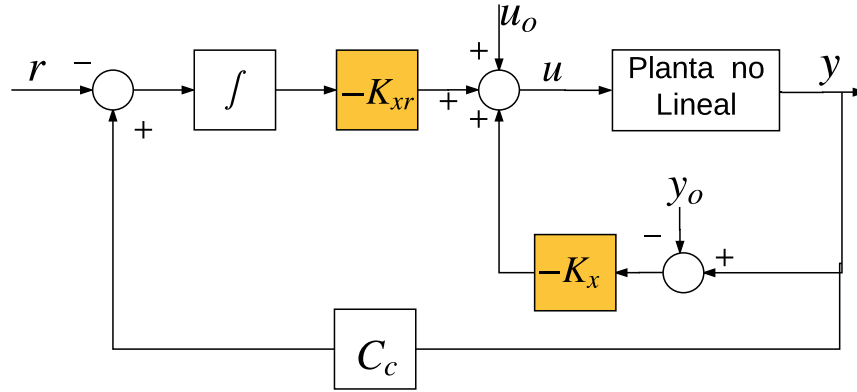


Figura 2.14: Esquema del controlador + planta

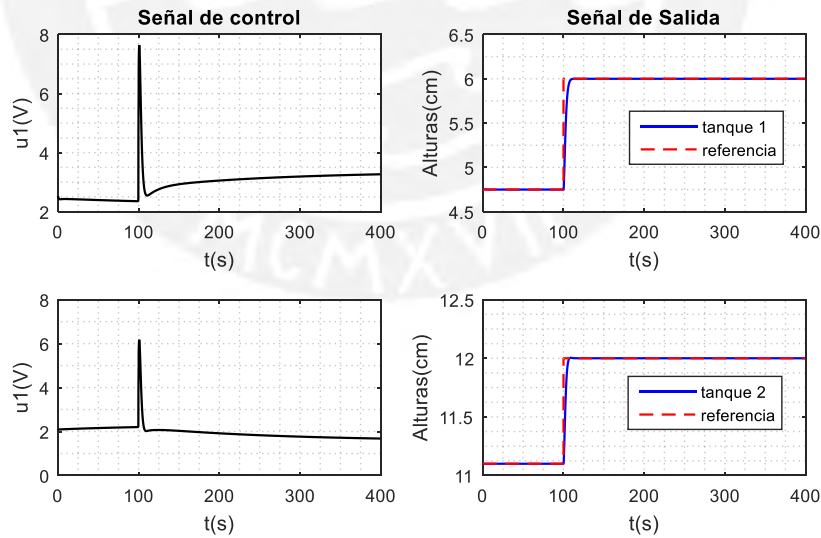


Figura 2.15: Salidas controladas del modelo local 1

El rango de salida controlada aproximadamente para el modelo local 1 es: $h1$ en el intervalo de $[2,77 - 8]$ y para $h2$ en el intervalo de $[6,75 - 15,52]$. Las referencias a escoger tienen que ser coherentes y dentro del rango mencionado la dinámica del modelo local 1 muestra que $h2 > h1$ esto puede verse en el anexo A, donde se observa que el tanque 2 es más propenso a llenarse. Teniendo en cuenta esta

referencia en la figura 2.15 se muestra los resultados para referencias $h2 > h1$ obteniéndose que las salidas convergen a los valores deseados.

Cuando las referencias deseadas fueron de la misma magnitud se obtuvieron los resultados mostrados en la figura 2.16, donde se observa que el tanque 1 alcanza la referencia deseada, mientras que el tanque 2 no lo hace. Por lo que la dinámica mostrada en el anexo A debe ser satisfecha a la hora de escoger las referencias deseadas.

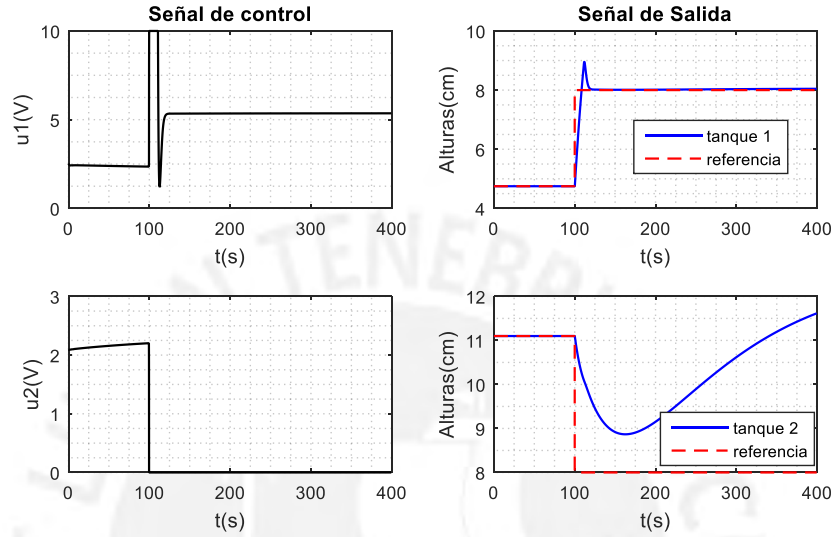


Figura 2.16: Salidas controladas del modelo local 1 para referencias de igual magnitud

2. La ganancia de modelo local 2 es:

$$\mathbf{K2} = \begin{bmatrix} 20,3694 & -0,0507 & 0,5237 & -0,0012 & 1,0000 & -0,0026 \\ 0,0494 & 18,0241 & 0,0092 & 0,6730 & 0,0026 & 1,0000 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

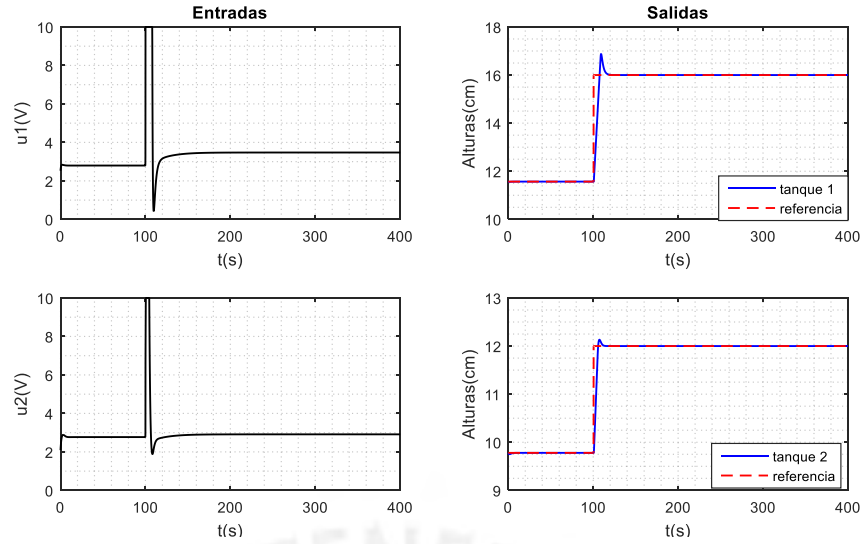
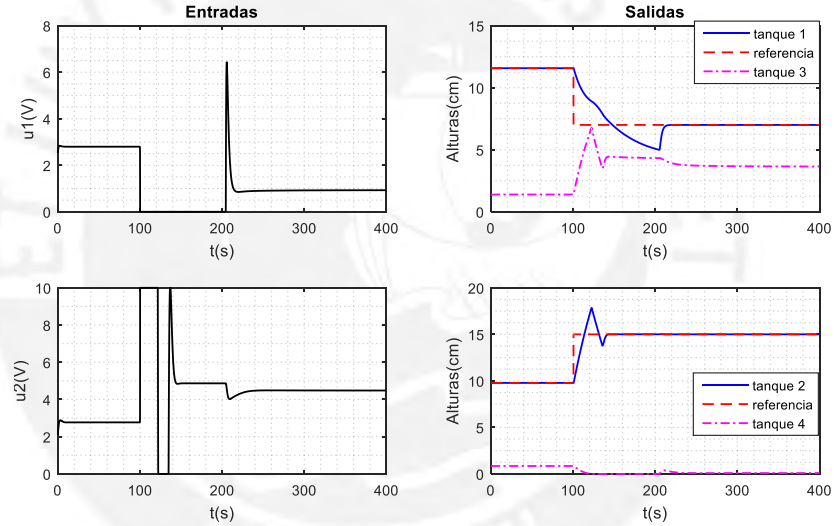
Con la matriz ganancia $\mathbf{K2}$ obtenida del modelo local se realizaron pruebas para observar la convergencia de las salidas a referencias deseadas y se obtuvo lo siguiente:

El rango de salida controlada aproximadamente para el modelo local 2 es: $h1$ en el intervalo de $[5,1 - 19]$ y para $h2$ el intervalo de $[5 - 15]$ este rango de trabajo es mostrado en el anexo A. Las alturas de referencia a escoger tienen que estar dentro del rango mencionado la dinámica de este modelo nos muestra que la altura de salida del tanque 1 es ligeramente mayor que la altura en el tanque 2 (ver Anexo A). En la figura 2.17 se muestra que las salidas en los tanques 1 y 2 alcanzan los valores deseados cuando las referencias deseadas son $h1 > h2$.

Cuando se escogió referencias de igual magnitud las salidas deseadas lograron converger a estos valores; mientras que para alturas $h2 > h1$ se obtuvieron convergencias deseadas que producían alturas cero en el tanque 4 (ver figura 2.18).

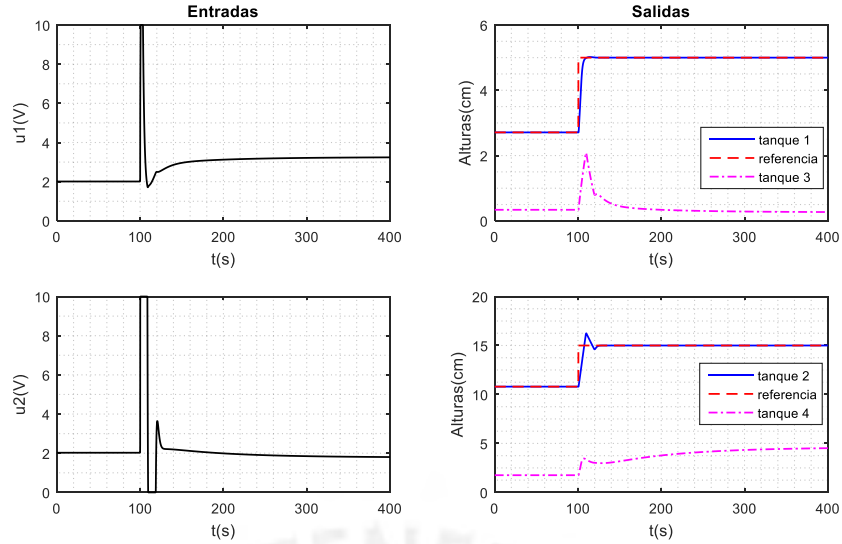
3. La ganancia de modelo local 3 es:

$$\mathbf{K3} = \begin{bmatrix} 20,2603 & -0,2105 & 1,5211 & 0,0049 & 0,9999 & -0,0110 \\ 0,2189 & 17,9069 & 0,0074 & 0,3851 & 0,0110 & 0,9999 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

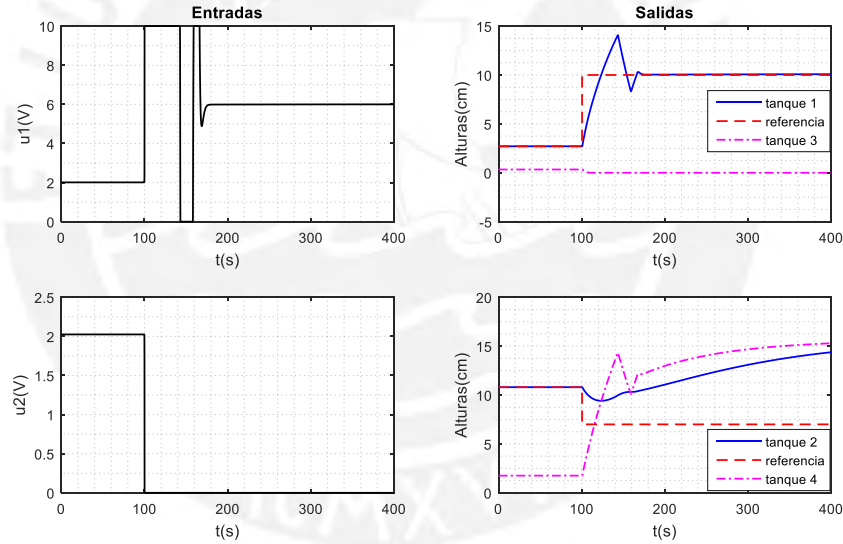

 Figura 2.17: Salidas controladas del modelo local 2 con referencia $h_1 > h_2$

 Figura 2.18: Salidas controladas del modelo local 2 con referencia $h_2 < h_1$

Con la matriz ganancia **K3** obtenida se realizaron pruebas para observar la convergencia de las salidas a referencias deseadas el rango de salida controlada aproximadamente para el modelo local 3 es: h_1 en el intervalo de $[1,39 - 5,76]$ y para h_2 en el intervalo de $[5,87 - 18]$. Las alturas de referencia a escoger tienen que estar dentro del rango mencionado la dinámica de este modelo nos muestra que la altura de salida del tanque 2 es mayor que la altura en el tanque 1 (ver Anexo A). En la figura 2.19 se muestra que las salidas en los tanques 1 y 2 alcanzan los valores deseados cuando las referencias deseadas son $h_2 > h_1$.

Cuando las referencias fueron $h_1 > h_2$, se obtuvieron los resultados mostrados en 2.20. En la figura se observa que el tanque 1 converge al valor deseado; mientras que el tanque 2 no lo hace debido a que el tanque 4 comienza a incrementar su altura, este caso de no convergencia a los valores deseados se repite cuando las


 Figura 2.19: salidas controladas del modelo local 3 con referencia $h_2 > h_1$

referencias de h_1 y h_2 son iguales.


 Figura 2.20: salidas controladas del modelo local 3 con referencia $h_1 > h_2$

4. La ganancia de modelo local 4 es:

$$\mathbf{K4} = \begin{bmatrix} 20,3437 & -0,0592 & 0,7588 & -0,0003 & 1,0000 & -0,0031 \\ 0,0607 & 17,9204 & 0,0052 & 0,5607 & 0,0031 & 1,0000 \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Con la matriz ganancia $\mathbf{K4}$ obtenida se realizaron pruebas para observar la convergencia de las salidas a referencias deseadas, el rango de salida controlada aproximadamente para el modelo local 4 es: h_1 en el intervalo de $[3,36 - 16]$ y para h_2 es de $[7,5 - 19]$ este rango de trabajo es mostrado en el anexo A. La dinámica del proceso no indica cual es mayor o menor, respecto a los tanques 1 y 2, por lo que se mostrara simulaciones cuando $h_2 > h_1$. En la figura 2.21 se muestra que las salidas en los tanques 1 y 2 convergen a los valores deseados.

Cuando se escogió referencias de igual magnitud las salidas deseadas lograron converger a estos valores; mientras que para alturas $h_1 > h_2$ se obtuvieron convergencias deseadas (ver figura 2.22).

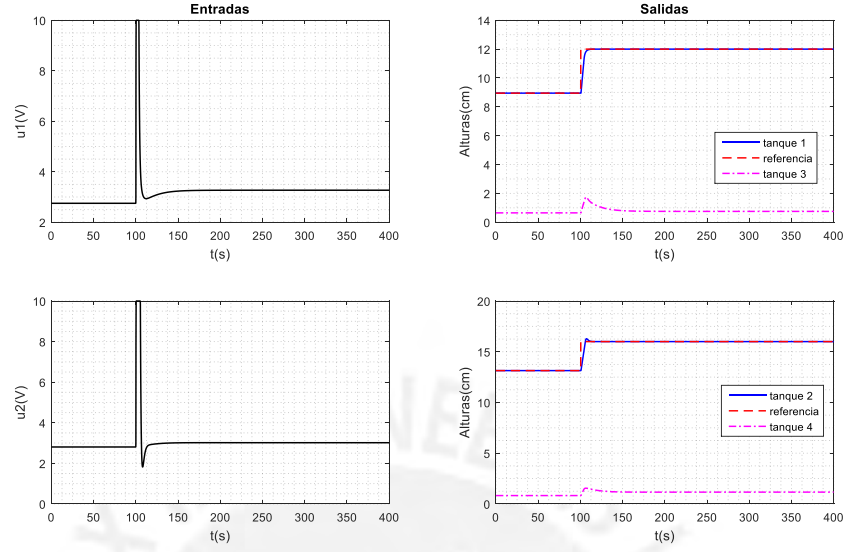


Figura 2.21: salidas controladas del modelo local 4 con referencia $h_2 > h_1$

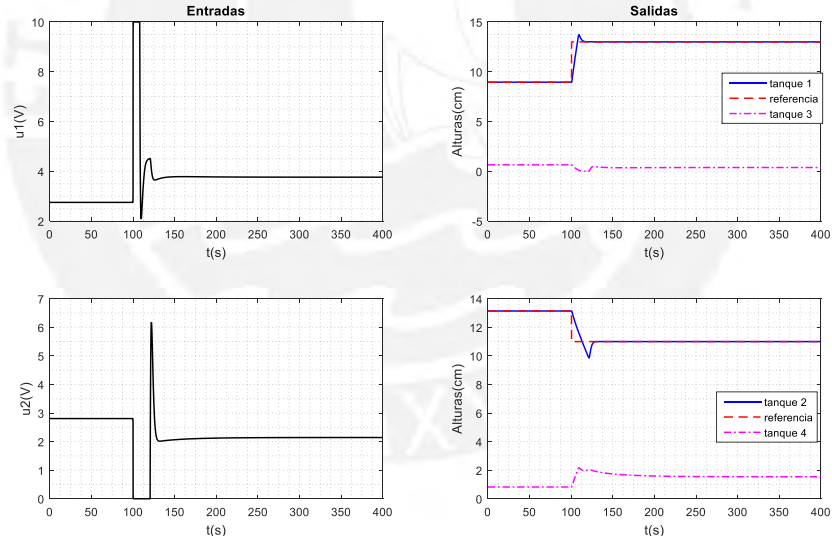
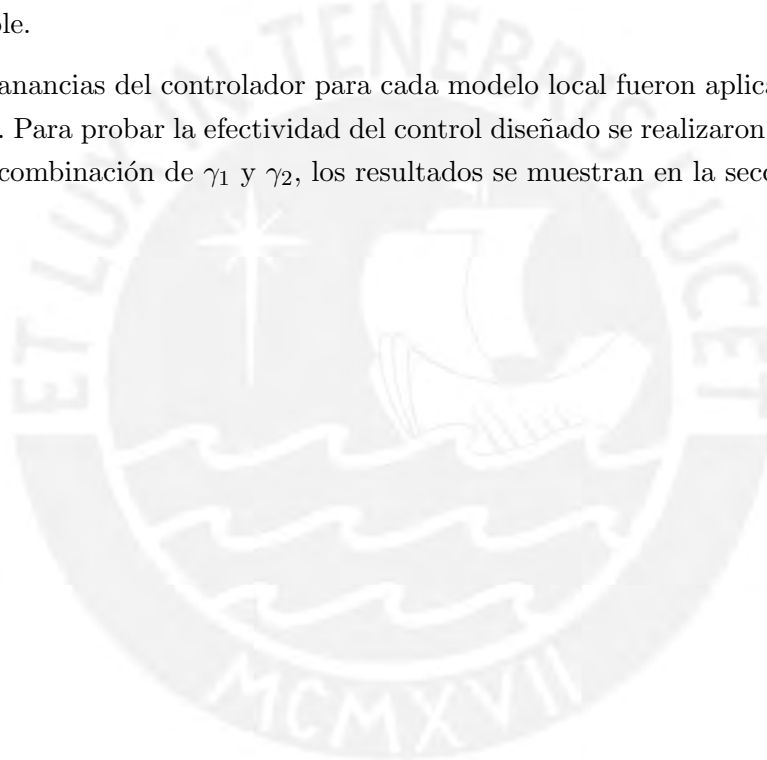


Figura 2.22: salidas controladas del modelo local 4 con referencia $h_1 > h_2$

2.5.1. Conclusiones parciales

- Se desarrolló el modelo matemático del proceso hidráulico de cuatro tanques, en base a las ecuaciones de conservación de energía, Bernoulli, balance de masas. Se linealizó el sistema no lineal del proceso, usando la linealización Jacobiana alrededor de 4 puntos de operación. Se realizó una validación de los modelos locales hallados con el sistema no lineal, obteniendo una buena convergencia.
- Se realizó un análisis de detectabilidad, aislabilidad y identificabilidad del proceso hidráulico; a este tipo de análisis se le conoce como análisis estructural del proceso. Se detectó a todas las fallas planteadas en este capítulo, pero no todas eran aislables ya que no cumplían con los corolarios mencionados en la sección 2.3. Respecto a la identificabilidad, se menciona en (Ding, 2008) que una falla es identificable si es aislable.
- Las ganancias del controlador para cada modelo local fueron aplicadas al sistema no lineal. Para probar la efectividad del control diseñado se realizaron simulaciones para cada combinación de γ_1 y γ_2 , los resultados se muestran en la sección 2.4.



CAPÍTULO 3

Diseño del Sistema de Diagnóstico Basado en Observadores

3.1. Introducción

Después de diseñar la ley de control el segundo paso es monitorear el comportamiento del sistema para detectar y aislar cualquier tipo de falla, tan pronto como sea posible. El FDI permite evitar condiciones críticas en la planta debido a la falla y ayuda en la toma de decisión apropiadas como: parar la planta o que esta siga operando a pesar de la presencia de la falla.

El proceso general del diagnóstico de fallos compromete los siguientes pasos que serán descritos en este capítulo:

- Generación residual
- Evaluación residual y Aislamiento de la falla
- Identificación de la falla

3.2. Generación residual mediante observadores

Un observador de estados es como un sensor virtual capaz de estimar las variables no medidas a partir de las variables medidas y la señal de control. La generación residual es el proceso asociado con la medida y estimación de los estados que servirán para la evaluación. Esta sección presenta el diseño de un método politópico de observadores para la obtención de residuos.

3.2.1. Observador LPV politópico tipo Luenberger

3.2.1.1. Diseño del observador

Para este observador, se considera un sistema LPV representado politópicamente obtenido por la linealización Jacobiana:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) [\mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{B}_i u(t)] \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entrada y $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ representa al vector de salida. La dinámica de la matriz depende de un parámetros variable en el tiempo $\theta(t)$, el observador de estados propuesto por (Daafouz et al., 2000) se describe de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) [\mathbf{A}_i \hat{x}(t) + \mathbf{B}_i u(t) + \mathbf{L}_i (y(t) - \hat{y}(t))] \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C} \hat{x}(t)\end{aligned}\tag{3.2}$$

Donde \hat{x} y \hat{y} son los estados y las salidas estimadas respectivamente; la matriz de ganancias del observador \mathbf{L}_i es obtenida para cada vértice del polítopo en la figura 3.1 se muestra el funcionamiento del observador. Para garantizar la convergencia del estado estimado con el estado real se define al error de estimación:

$$\begin{aligned}e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{e}(t) &= \mathbf{A}(\theta)x(t) + \mathbf{B}(\theta)u(t) - [\mathbf{A}(\theta)\hat{x}(t) + \mathbf{B}(\theta)u(t) + \mathbf{L}(\theta)(y(t) - \hat{y}(t))] \\ \dot{e}(t) &= (\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C})(x(t) - \hat{x}(t)) \\ \dot{e}(t) &= [\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C}]e(t)\end{aligned}\tag{3.3}$$

De la ecuación 3.3 se deduce que el error de estimación será estable si $\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)$ es una matriz Hurwitz $\forall \theta(t)$ (Reyes Yépex, 2012). Las ganancias del observador $\mathbf{L}(\theta)$ garantizan la estabilidad. Para hallar la ganancia empleamos el método de Lyapunov:

$$\mathbf{V}(t) = e^T(t) \mathbf{P} e(t)\tag{3.4}$$

Si la matriz $\mathbf{P}(\theta) = \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \mathbf{P}_i$ con $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_i^T > 0$ la derivada de la ecuación 3.4 es:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}(t) &= e^T(t) [\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C}]^T \mathbf{P}(\theta) e(t) + e^T(t) \mathbf{P}(\theta) [\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C}] e(t) \\ &= e^T(t) [(\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C})^T \mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta) (\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C})] e(t)\end{aligned}\tag{3.5}$$

Para garantizar la estabilidad del error, la ecuación 3.5 debe satisfacer la siguiente desigualdad matricial:

$$(\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C})^T \mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta) (\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C}) < 0\tag{3.6}$$

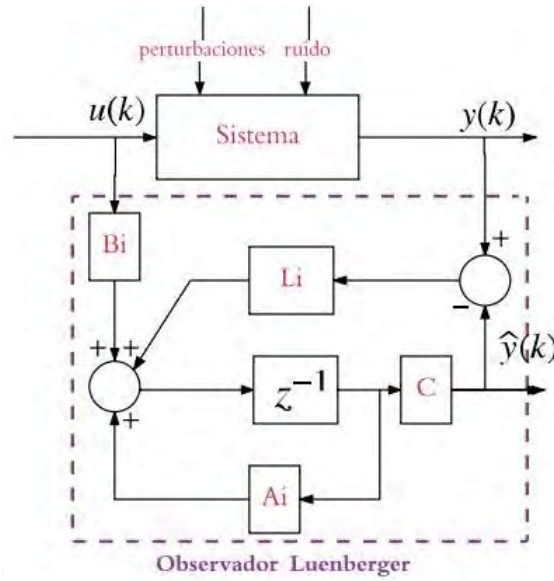


Figura 3.1: Estructura modelo del observador tipo Luenberger

Definimos la siguiente variable auxiliar:

$$\mathbf{A}_{in}^T(\theta) \triangleq \mathbf{A}^T(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C} \quad \mathbf{A}_{in}(\theta) \triangleq \mathbf{A}^T(\theta) - \mathbf{C}^T\mathbf{L}^T(\theta) \quad (3.7)$$

la variable auxiliar de la ecuación 3.7 se reemplaza en 3.6 y se obtiene:

$$\mathbf{A}_{in}(\theta)\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)\mathbf{A}_{in}^T(\theta) < 0 \quad (3.8)$$

En (Chilali and Gahinet, 1996) consideran la ubicación de polos a regiones específicas del plano complejo para ello consideran una región LMI de radio r y con centro en $(-c)$ por lo que la desigualdad 3.8 se transforma en:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -r\mathbf{P}(\theta) & c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{A}_{in}(\theta)\mathbf{P}(\theta) \\ c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)\mathbf{A}_{in}^T(\theta) & -r\mathbf{P}(\theta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -r\mathbf{P}(\theta) & c\mathbf{P}(\theta) + (\mathbf{A}^T(\theta) - \mathbf{C}^T\mathbf{L}^T(\theta))\mathbf{P}(\theta) \\ c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)(\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}(\theta)\mathbf{C}) & -r\mathbf{P}(\theta) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Definimos una variable $\mathbf{Q}(\theta) = \mathbf{P}(\theta)\mathbf{L}(\theta)$

$$= \begin{bmatrix} -r\mathbf{P}(\theta) & c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{A}^T(\theta)\mathbf{P}(\theta) - \mathbf{C}^T\mathbf{Q}^T(\theta) \\ c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{Q}(\theta)\mathbf{C} & -r\mathbf{P}(\theta) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.10)$$

Finalmente, para cada vértice del polítopo se tiene:

$$= \begin{bmatrix} -r\mathbf{P}_i & c\mathbf{P}_i + \mathbf{A}_i^T\mathbf{P}_i - \mathbf{C}^T\mathbf{Q}_i^T \\ c\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i\mathbf{A}_i - \mathbf{Q}_i\mathbf{C} & -r\mathbf{P}_i \end{bmatrix} < 0 \quad (3.11)$$

con $\mathbf{L}_i = \mathbf{P}_i^{-1}\mathbf{Q}_i$ se obtiene la ganancia del observador, la estabilidad de este observador estará garantizada por la resolución de la LMI de la ecuación 3.11.

3.2.1.2. Algoritmo del observador LPV Politépico tipo Luenberger

A continuación se muestra el pseudocódigo del programa implementado en matlab para el observador Luenberger:

Algoritmo 1 Observador LPV politépico tipo Luenberger

Entrada: Definimos las matrices **ABC** del sistema de la ecuación 3.1

Definimos el valor del centro $(-c)$ y radio " q " con estos valores resolvemos la LMI de la ecuación 3.11 usando el toolbox sedumi

Calculamos la ganancia del observador $\mathbf{L}_i = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}_i$

Definimos las Condiciones iniciales de los estados observados $[x1_0 \ x2_0 \ x3_0 \ x4_0]^T$ y de los estados reales $[x1 \ x2 \ x3 \ x4]^T$

Salida: Mostramos las salidas de los estados reales y estimados para observar la convergencia.

1: **Para** tiempo = $t_i:dt:tf$ **Hacer**

2: Calculamos los estados del sistema " $x1, x2, x3, x4$ " y la salida " y " discretas

Calculamos los estados estimados del sistema " $\widehat{x1}\widehat{x2}\widehat{x3}\widehat{x4}$ " usando la ecuación 2.10

3: **Fin Para**

3.2.1.3. Simulación

Se resuelva la LMI de la ecuación 3.11 con $r=0.8$ y $c=1$ usando el Toolbox de matlab YALMIP-Sedumi:

- Para el modelo local 1

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 0,9517 & -0,0000 & 0,0248 & -0,0000 \\ -0,0000 & 0,9618 & 0,0000 & 0,0095 \\ 0,0247 & 0,0000 & 0,9208 & -0,0000 \\ -0,0000 & 0,0095 & -0,0000 & 0,9522 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

- Para el modelo local 2

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 0,9584 & 0,0000 & 0,0188 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9614 & 0,0000 & 0,0170 \\ 0,0188 & 0,0000 & 0,9331 & -0,0000 \\ 0,0000 & 0,0170 & -0,0000 & 0,9369 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

- Para el modelo local 3.-

$$\mathbf{L}_3 = \begin{bmatrix} 0,9454 & -0,0000 & 0,0374 & 0,0000 \\ -0,0000 & 0,9618 & -0,0000 & 0,0119 \\ 0,0371 & -0,0000 & 0,8943 & -0,0000 \\ 0,0000 & 0,0119 & -0,0000 & 0,9473 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

- Para el modelo local 4

$$\mathbf{L}_4 = \begin{bmatrix} 0,9570 & 0,0000 & 0,0273 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9628 & 0,0000 & 0,0173 \\ 0,0272 & 0,0000 & 0,9156 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0172 & 0,0000 & 0,9363 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Con el fin de verificar el desempeño de la estimación de estados se realiza la siguiente simulación, para lo cual se utilizó el diagrama de simulink mostrado en la figura 3.4 obteniéndose:

Para la simulación se consideró las condiciones iniciales: $x_1(0) = 0$ $x_2(0) = 0$ $x_3(0) = 0$ $x_4(0) = 0$ y $\hat{x}_1(0) = 0$ $\hat{x}_2(0) = 0$ $\hat{x}_3(0) = 0$ $\hat{x}_4(0) = 0$ los resultados de la simulación se muestran en la figura 3.2, se comparan los estados del modelo local 1 y los estados estimados por el observador de Luenberger.

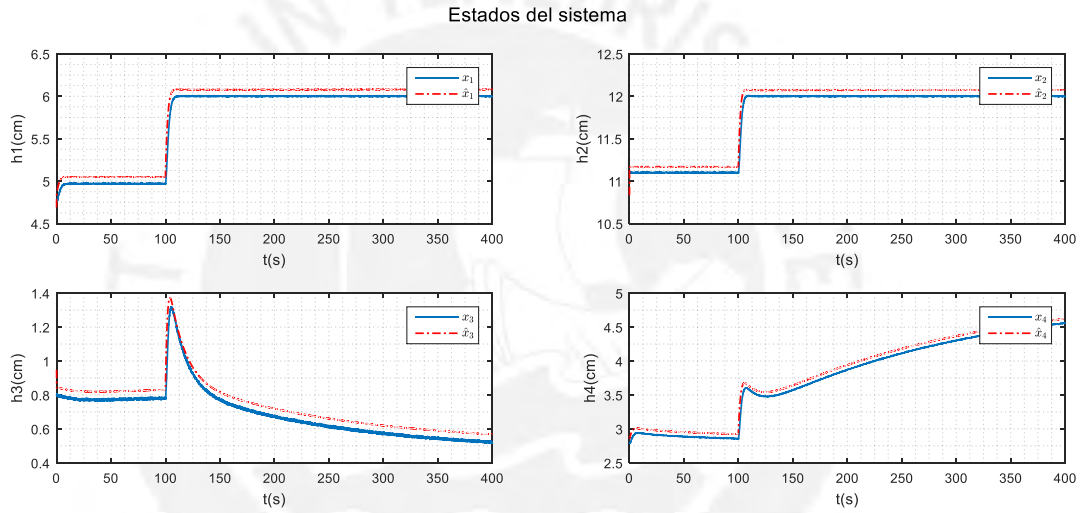


Figura 3.2: Estados observados (Luenberger) Vs los estados del modelo local 1

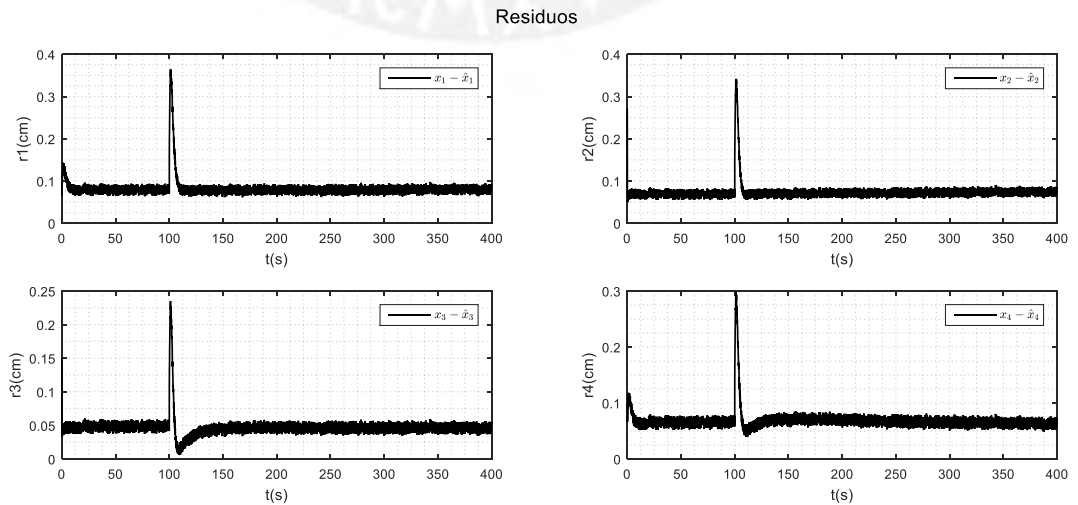


Figura 3.3: Residuos de los estados estimados y del modelo local 1

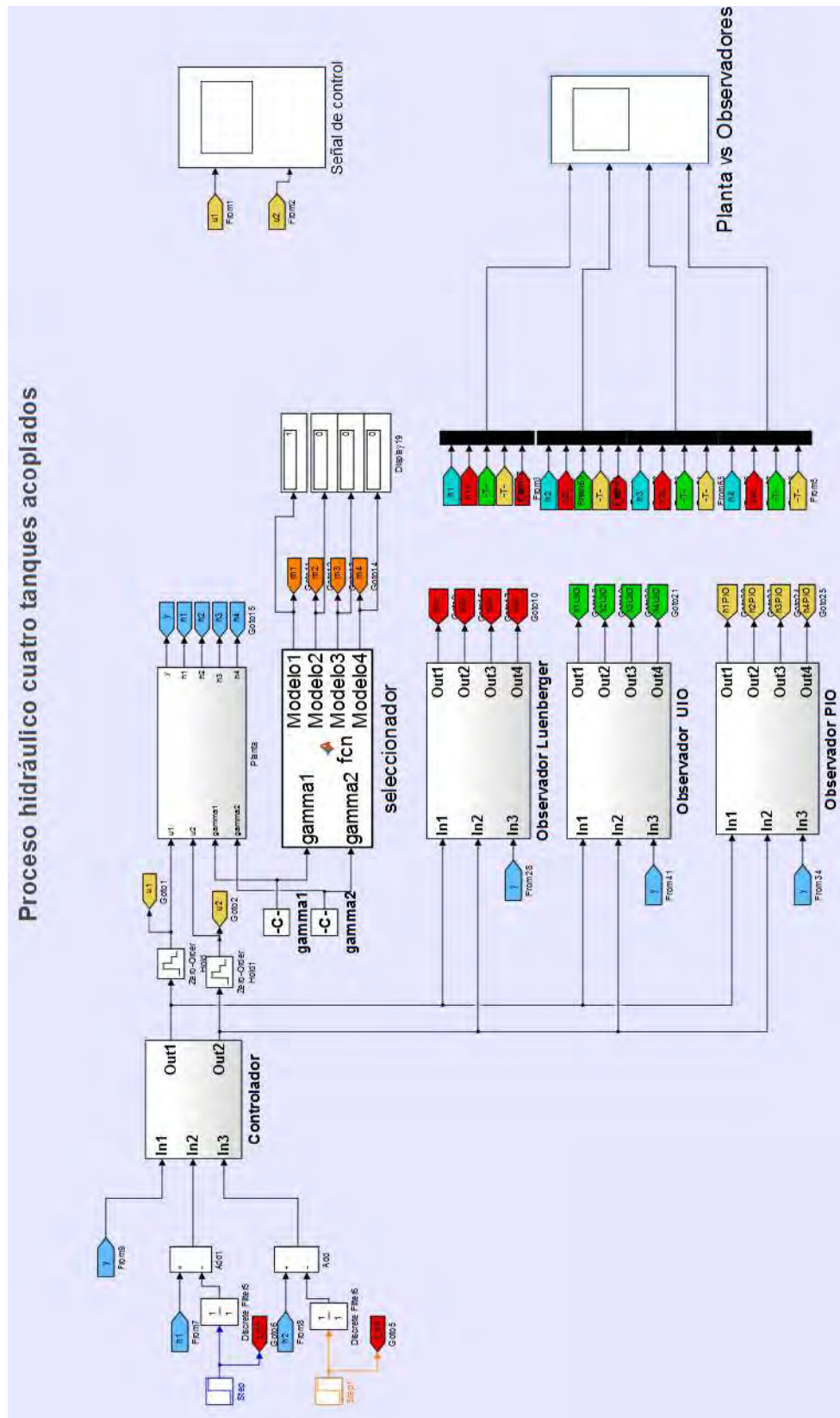


Figura 3.4: Observadores Vs el proceso hidráulico

Los errores de convergencia entre los estados observados y los estados del modelo local 1 se muestran en la figura 3.3, en estas gráficas se observa que los errores tienden a cero con un pequeño error debido a: que el modelo del observador de Luenberger no considera a las perturbaciones ni entradas desconocidas del modelo local.

3.2.2. Observador LPV politópico de entradas desconocidas

3.2.3. Generalidades

Se describe a un observador de entradas desconocidas para el sistema 3.16 si el error de estado de estimado tiende asintóticamente a cero independiente de la presencia de entradas desconocidas del sistema.

3.2.3.1. Diseño del observador

Se considera el sistema LPV politopico:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) [\mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{B}_i u(t) + \mathbf{W} d(t) + \Delta x_i] \\ y(t) &= \mathbf{C} x(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entrada $\Delta x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ representa la contribución de las variables de desviación debido a la linealización $d(t) \in \mathbb{R}^q$ es el vector de entradas desconocidas y $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ representa al vector de salida definimos un nuevo estado:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \mathbf{S}(\theta) z(t) + \mathbf{T} \mathbf{B}(\theta) u(t) + \mathbf{K}(\theta) y(t) + \Delta z(\theta) \\ \hat{x}(t) &= z(t) + \mathbf{H} y(t) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Las matrices $\mathbf{S}(\theta)$ $\mathbf{K}(\theta)$ \mathbf{T} y \mathbf{H} se diseñan para garantizar la convergencia y la estabilidad del error de estimación para cada vértice del polítopo se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \mathbf{S}_i \quad \mathbf{K}(\theta) = \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \mathbf{K}_i \\ \lambda_i(\theta) &\geq 0 \quad \forall t \quad \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) = 1 \end{aligned} \quad (3.18)$$

El observador de entradas desconocidas descrito en la ecuación 3.17 se muestra en la figura 3.5.

Para garantizar la convergencia del estado estimado con el estado real se define al error de estimación:

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ &= x(t) - (z(t) + \mathbf{H} y(t)) \end{aligned} \quad (3.19)$$

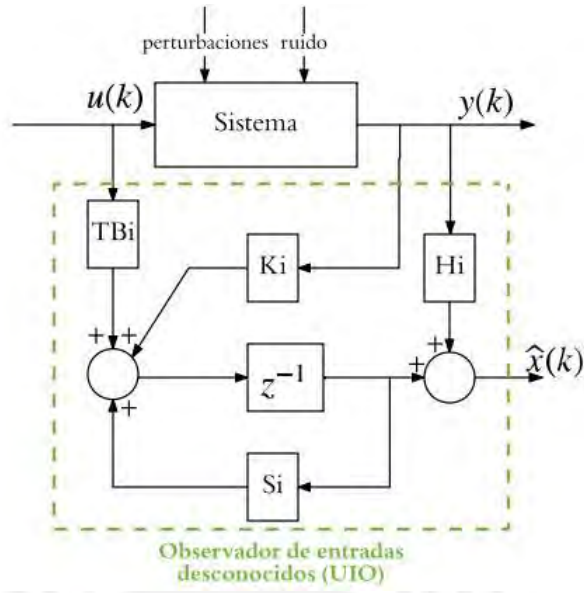


Figura 3.5: Estructura modelo del observador de entradas desconocidas

se deriva la ecuación 3.19:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - (\dot{z}(t) + \mathbf{H}\mathbf{C}\dot{x}(t)) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{C})\dot{x}(t) - [\mathbf{S}(\theta)z(t) + \mathbf{T}\mathbf{B}(\theta)u(t) + \mathbf{K}(\theta)y(t) + \Delta z(\theta)] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Si consideramos que: $K(\theta) = K_1(\theta) + K_2(\theta)$, entonces la ecuación 3.20 queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{C})(\mathbf{A}(\theta)x(t) + \mathbf{B}(\theta)u(t) + \mathbf{W}d(t) + \Delta x(\theta)) - \\ &[\mathbf{S}(\theta)(x(t) - e(t) - \mathbf{H}y) + \mathbf{T}\mathbf{B}(\theta)u(t) + (K_1(\theta) + K_2(\theta))y(t) + \Delta z(\theta)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Para desacoplar la matriz de perturbación se debe satisfacer lo siguiente:

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{C})\mathbf{W} &= 0 & \mathbf{T} &= \mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{C} & K_2(\theta) &= \mathbf{S}(\theta)\mathbf{H} \\ \mathbf{S}(\theta) &= \mathbf{T}\mathbf{A}(\theta) - K_1(\theta)\mathbf{C} & \Delta z(\theta) &= \mathbf{T}\Delta x(\theta) \end{aligned} \quad (3.22)$$

El diseño del observador UIO se realiza cuando las ecuaciones de 3.22 se cumplen y $\mathbf{S}(\theta)$ es estable (Rodrigues et al., 2005). Las condiciones necesarias para la existencia del observador son:

- a) $\text{Rank}(\mathbf{C}\mathbf{W}) = \text{Rank}(\mathbf{W})$
- b) $(\mathbf{T}\mathbf{A}_i, \mathbf{C})$ son pares detectables $\forall i \in [1, 2, \dots, 2^N]$

Si la condición (a) es verdadera la matriz \mathbf{H}

$$\mathbf{H} = \mathbf{W}((\mathbf{C}\mathbf{W})^T(\mathbf{C}\mathbf{W}))^{-1}(\mathbf{C}\mathbf{W})^T \quad (3.23)$$

Se define a la matriz \mathbf{W} como una matriz constante $\forall i \in [1, 2, \dots, 2^N]$ (en cada vértice del polígono) que aproxime a todas las matrices \mathbf{W}_i (Chen and Patton, 1999). Si la

ecuación 3.22 se mantiene verdadera el error de estimación y el residual se describen por:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \mathbf{S}(\theta)e(t) + (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{C})\mathbf{F}(\theta)f(t) \\ r(t) &= \mathbf{C}e(t)\end{aligned}\quad (3.24)$$

La condición (b) asegura que la ganancia de $\mathbf{K}_1(\theta)$ puede ser sintetizada con el fin de obtener una matriz Hurwitz $\mathbf{S}(\theta) = \mathbf{TA}(\theta) - \mathbf{K}_1(\theta)\mathbf{C}$ y el error de estimación tiende a cero cuando no hay falla (Rodrigues et al., 2005).

Si las ecuaciones 3.22 y 3.23 se cumplen la estimación del error y el residual se convierten en:

$$\dot{e}(t) = \mathbf{S}(\theta)e(t)r(t) = \mathbf{C}e(t) \quad (3.25)$$

Desacoplar la perturbación es importante para poder detectar y aislar la falla.

Se hace uso del método de Lyapunov para hallar las ganancias del observador, la finalidad de este método es garantizar la convergencia de los estados estimados.

$$\begin{aligned}V(t) &= e^T(t)\mathbf{P}(\theta)e(t) \\ \text{para } \mathbf{P}(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta)\mathbf{P}_i \text{ si } \mathbf{P}(\theta) = \mathbf{P}(\theta)^T > 0\end{aligned}\quad (3.26)$$

Se deriva la ecuación anterior y se obtiene:

$$\dot{V}(t) = \dot{e}^T(t)\mathbf{P}(\theta)e(t) + e^T(t)\mathbf{P}(\theta)\dot{e}(t) \quad (3.27)$$

Se reemplaza el valor de $\mathbf{S}(\theta)$ en 3.27

$$\dot{V}(t) = e^T(t)((\mathbf{TA}(\theta) - \mathbf{K}_1(\theta)\mathbf{C})^T\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)(\mathbf{TA}(\theta) - \mathbf{K}_1(\theta)\mathbf{C}))e(t) \quad (3.28)$$

Para garantizar la estabilidad se debe cumplir con lo siguiente:

$$((\mathbf{TA}(\theta) - \mathbf{K}_1(\theta)\mathbf{C})^T\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)(\mathbf{TA}(\theta) - \mathbf{K}_1(\theta)\mathbf{C})) < 0 \quad (3.29)$$

En (Chilali and Gahinet, 1996) consideran la ubicación de polos a regiones específicas del plano complejo para ello consideran una región LMI de radio r y con centro en $(-c)$ y una variable auxiliar $\mathbf{Q}(\theta) = \mathbf{P}(\theta)\mathbf{K}_1(\theta)$ por lo que la desigualdad 3.29 se transforma en:

$$\begin{bmatrix} -r\mathbf{P}(\theta) & c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{A}^T(\theta)\mathbf{T}^T\mathbf{P}(\theta) - \mathbf{C}^T\mathbf{Q}^T(\theta) \\ c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)\mathbf{TA}(\theta) + \mathbf{Q}(\theta)\mathbf{C} & -r\mathbf{P}(\theta) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.30)$$

Finalmente, para garantizar la estabilidad del observador se tiene que resolver la siguiente LMI para cada vértice del polítopo:

$$\begin{bmatrix} -r\mathbf{P}_i & c\mathbf{P}_i + \mathbf{A}_i^T\mathbf{T}^T\mathbf{P}_i - \mathbf{C}^T\mathbf{Q}_i^T \\ c\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i\mathbf{TA}_i + \mathbf{Q}_i\mathbf{C} & -r\mathbf{P}_i \end{bmatrix} < 0 \quad (3.31)$$

Donde $\mathbf{K}_{1i} = \mathbf{P}_i^{-1}\mathbf{Q}_i$ es la ganancia del observador.

3.2.3.2. Algoritmo del observador LPV polítopico de entradas desconocidas

A continuación se muestra el pseudocódigo del programa 2 implementado en matlab:

Algoritmo 2 Observador LPV politópico de entradas desconocidas

Entrada: (Entradas)

Definimos las matrices $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \mathbf{C}_i \mathbf{W}_i \Delta x_i$ del sistema de la ecuación 3.16
Calculamos \mathbf{H} de la ecuación 3.23
Verificamos las condiciones (a) y (b) de la página 46
Verificamos la condición de la ecuación 3.24
Resolvemos la LMI asignando valores para c y q de la ecuación 3.31
Calculamos la ganancia del observador $\mathbf{K}_{1i} = \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{Q}$
Reemplazamos el valor de las matrices de la ecuación 3.22
Definimos un tiempo inicial(t_i) tiempo final (t_f) y un tiempo de muestreo (dt)
Definimos las Condiciones iniciales de los estados observados $[x_{1o} \ x_{2o} \ x_{3o} \ x_{4o}]^T$ y de los estados reales $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$

Salida: (Salidas del algoritmo)

Mostramos las salidas de los estados reales y estimados para observar la convergencia.

- 1: **Para** tiempo = $t_i:dt:t_f$ **Hacer**
 - 2: *Calculamos la salida del sistema "y"*
 Calculamos los estados discretos del sistema " x_1, x_2, x_3, x_4 "
 Calculamos los estados estimados discretos del sistema " $\widehat{x}_1 \widehat{x}_2 \widehat{x}_3 \widehat{x}_4$ "
 - 3: **Fin Para**
 - 4: **Devolver** Cierta
-

3.2.3.3. Simulación

Se resuelva la LMI de la ecuación 3.31 con $r=0.5$ $c=1$ y los valores de:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0,7500 & -0,2500 & -0,2500 & -0,2500 \\ -0,2500 & 0,7500 & -0,2500 & -0,2500 \\ -0,2500 & -0,2500 & 0,7500 & -0,2500 \\ -0,2500 & -0,2500 & -0,2500 & 0,7500 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 & 0,2500 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

- Para el modelo 1

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_1 &= \begin{bmatrix} 0,7370 & -0,2395 & -0,2094 & -0,2410 \\ -0,2427 & 0,7438 & -0,2459 & -0,2341 \\ -0,2221 & -0,2552 & 0,6803 & -0,2567 \\ -0,2487 & -0,2385 & -0,2518 & 0,7245 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{S}_1 &= \begin{bmatrix} -1,0000 & -0,0017 & 0,0284 & -0,0032 \\ 0,0017 & -1,0000 & -0,0015 & 0,0103 \\ -0,0283 & 0,0015 & -1,0000 & 0,0000 \\ 0,0031 & -0,0103 & 0,0000 & -1,0000 \end{bmatrix} \\
 \Delta z_1 &= \begin{bmatrix} -0,0376 \\ -0,0328 \\ -0,0250 \\ -0,0329 \end{bmatrix} \quad \mathbf{TB}_1 = \begin{bmatrix} 0,0316 & -0,0277 \\ -0,0279 & 0,0351 \\ -0,0279 & 0,0202 \\ 0,0242 & -0,0277 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

- Para el modelo 2

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_2 &= \begin{bmatrix} 0,7424 & -0,2416 & -0,2193 & -0,2431 \\ -0,2417 & 0,7452 & -0,2437 & -0,2224 \\ -0,2292 & -0,2535 & 0,6974 & -0,2550 \\ -0,2524 & -0,2315 & -0,2544 & 0,7028 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{S}_2 &= \begin{bmatrix} -1,0000 & -0,0005 & 0,0217 & -0,0021 \\ 0,0005 & -1,0000 & -0,0016 & 0,0198 \\ -0,0217 & 0,0016 & -1,0000 & 0,0000 \\ 0,0021 & -0,0198 & 0,0000 & -1,0000 \end{bmatrix} \\
 \Delta z_2 &= \begin{bmatrix} -0,0462 \\ -0,0084 \\ 0,0123 \\ 0,0422 \end{bmatrix} \quad \mathbf{TB}_2 = \begin{bmatrix} 0,0604 & -0,0277 \\ -0,0288 & 0,0351 \\ -0,0288 & 0,0202 \\ -0,0028 & -0,0277 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

- Para el modelo 3

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_3 &= \begin{bmatrix} 0,7336 & -0,2350 & -0,1882 & -0,2365 \\ -0,2406 & 0,7447 & -0,2448 & -0,2300 \\ -0,2084 & -0,2591 & 0,6431 & -0,2606 \\ -0,2480 & -0,2359 & -0,2523 & 0,7180 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{S}_3 &= \begin{bmatrix} -0,9999 & -0,0028 & 0,0439 & -0,0043 \\ 0,0028 & -1,0000 & -0,0015 & 0,0134 \\ -0,0437 & 0,0015 & -1,0001 & 0,0000 \\ 0,0043 & -0,0134 & 0,0000 & -1,0000 \end{bmatrix} \\
 \Delta z_3 &= \begin{bmatrix} -0,0042 \\ -0,0218 \\ 0,0228 \\ 0,0032 \end{bmatrix} \quad \mathbf{TB}_3 = \begin{bmatrix} 0,0316 & -0,0272 \\ -0,0279 & 0,0492 \\ -0,0279 & 0,0051 \\ 0,0242 & -0,0272 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

- Para el modelo 4

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_4 &= \begin{bmatrix} 0,7432 & -0,2390 & -0,2056 & -0,2404 \\ -0,2413 & 0,7468 & -0,2436 & -0,2219 \\ -0,2207 & -0,2564 & 0,6727 & -0,2578 \\ -0,2522 & -0,2314 & -0,2545 & 0,7020 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{S}_4 &= \begin{bmatrix} -1,0000 & -0,0010 & 0,0324 & -0,0024 \\ 0,0010 & -1,0000 & -0,0014 & 0,0204 \\ -0,0323 & 0,0014 & -1,0000 & 0,0000 \\ 0,0023 & -0,0204 & 0,0000 & -1,0000 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{TB}_4 &= \begin{bmatrix} 0,0604 & -0,0272 \\ -0,0288 & 0,0492 \\ -0,0288 & 0,0051 \\ -0,0028 & -0,0272 \end{bmatrix} \Delta z_4 \begin{bmatrix} -0,0449 \\ -0,0295 \\ 0,0324 \\ 0,0420 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Con el fin de verificar el desempeño de la estimación de estados se realiza la siguiente simulación para lo cual se utilizó el diagrama de simulink mostrado en la figura 3.4. Para la simulación se considero las condiciones iniciales: $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$, $x_4(0) = 0$ y $\hat{x}_1(0) = 0$, $\hat{x}_2(0) = 0$, $\hat{x}_3(0) = 0$, $\hat{x}_4(0) = 0$ los resultados de la simulación se muestran en la figura 3.6 en la cual se comparan los estados del modelo local 1 y los estados estimados por el observador de entradas desconocidas.

Los errores de convergencia entre los estados observados y los estados del modelo local 1 se muestran en la figura 3.7 en estas gráficas se observan que los errores tienden a cero a pesar de las entradas desconocidas.

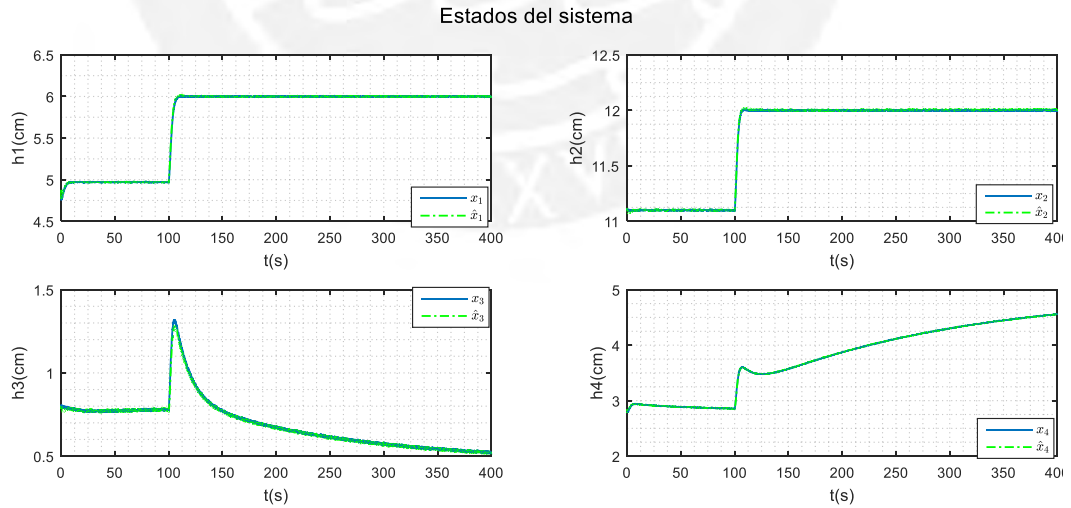


Figura 3.6: Estados observados (UIO) Vs el proceso hidráulico modelo local 1

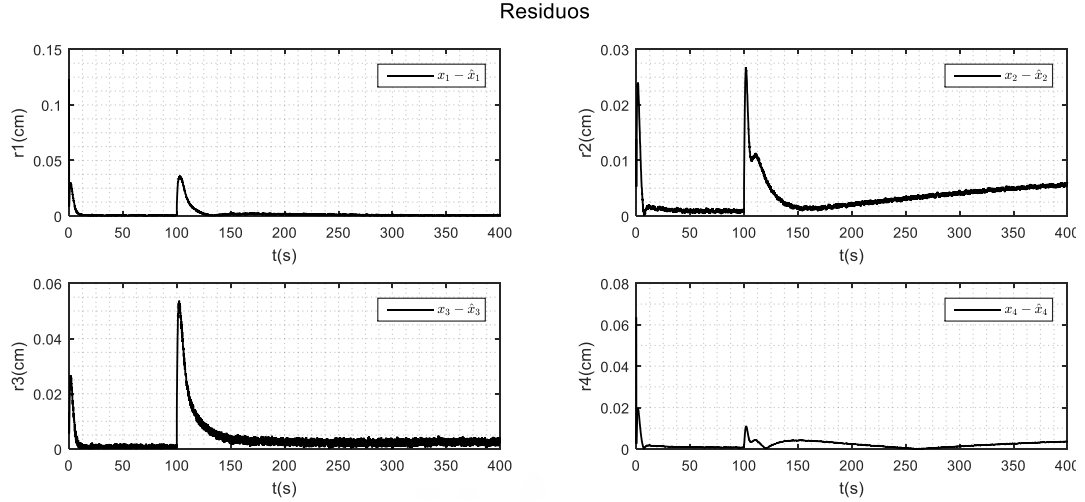


Figura 3.7: Residuos de los estados estimados y del modelo local

3.2.4. Observador LPV Politópico proporcional integral

3.2.5. Generalidades

El observador proporcional integral estima los estados de las variables del proceso y las perturbaciones. El observador propuesto por (Hamdi et al., 2012) es capaz de estimar los estados y las entradas desconocidas, las condiciones de estabilidad del observador son expresadas en términos de LMI, para esta sección se planteó una modificación en la solución de la LMI propuesta en el trabajo de (Hamdi et al., 2012) considerando la ubicaciones de polos en regiones LMI de radio "r" y centro "c" propuesta por (Chilali and Gahinet, 1996).

3.2.5.1. Diseño del observador

Se considera al siguiente sistema LPV politópico:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) [\mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{B}_i u(t) + \mathbf{W} d(t) + \Delta x_i] \\ y(t) &= \mathbf{C} x(t) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entrada $\Delta x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ representa la contribución de las variables de desviación debido a la linealización $d(t) \in \mathbb{R}^q$ es el vector de entradas desconocidas y $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ representa al vector de salida. Las ecuaciones del observador proporcional integral mostradas en (Aguilera-Gonzalez et al., 2012) son:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \mathbf{N}_p(\theta) z(t) + \mathbf{G}_p(\theta) u(t) + \mathbf{L}_p(\theta) y(t) + \mathbf{H}_p \hat{d}(t) + \Delta z_p(\theta) \\ \hat{x}(t) &= z(t) + \mathbf{M}_p(\theta) y(t) \\ \hat{d}(t) &= \Phi_p(\theta) (y(t) - \hat{y}(t)) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Las matrices $\mathbf{N}_p(\theta)$ $\mathbf{L}(\theta)_p(\theta)$ $\Delta z_p(\theta)$ \mathbf{H}_p $\mathbf{G}_p(\theta)$ \mathbf{M}_p y $\Phi_p(\theta)$ se diseñan para garantizar la convergencia y la estabilidad del error de estimación:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_p(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \mathbf{N}_{pi} & \mathbf{G}_p(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \mathbf{G}_{pi} \\ \mathbf{L}_p(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \mathbf{L}_{pi} & \Delta z_p(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \Delta z_{pi} \\ \Phi_p(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) \Phi_{pi} & \lambda_i(\theta) &\geq 0 \quad \forall t \quad \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta) = 1 \end{aligned} \quad (3.39)$$

El observador proporcional integral descrito en la ecuación 3.38 se muestra en la figura 3.8.

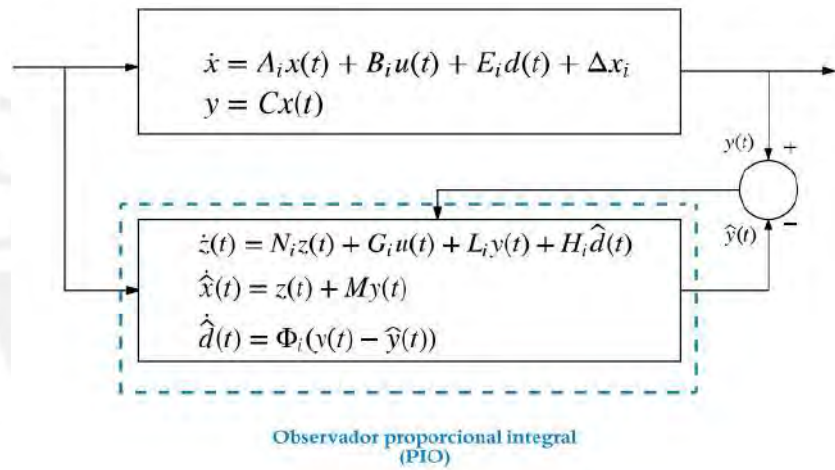


Figura 3.8: Estructura modelo del observador proporcional integral

Para garantizar la convergencia del estado estimado con el estado real se define al error de estimación:

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ &= x(t) - (z(t) + \mathbf{M}_p y(t)) \\ &= (\mathbf{I}_n - \mathbf{M}_p \mathbf{C}) x(t) - z(t) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Asumiendo que existe una matriz $\mathbf{U}_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ que cumpla lo siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_p &= \mathbf{I}_n - \mathbf{M}_p \mathbf{C} \\ [\mathbf{U}_p \quad \mathbf{M}_p] &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}^+ \\ [\mathbf{U}_p \quad \mathbf{M}_p] &= inv((\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{C} \end{bmatrix})^T (\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{C} \end{bmatrix})) (\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{C} \end{bmatrix})^T \end{aligned} \quad (3.41)$$

En (Hamdi et al., 2012) asumen que las entradas desconocidas, son variaciones bajas por lo que $\dot{d}(t) \cong 0$. Entonces para:

$$\begin{aligned}\zeta &= d(t) - \hat{d}(t) \\ \dot{\zeta}(t) &= -\dot{\hat{d}}(t)\end{aligned}\tag{3.42}$$

reemplazando 3.38 en 3.42

$$\dot{\zeta}(t) = -\Phi_p(\theta)(y(t) - \hat{y}(t))\tag{3.43}$$

se deriva el error de estimación y se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= (\mathbf{U}_p)\dot{x}(t) - \dot{z}(t) \\ &= (\mathbf{U}_p)\dot{x}(t) - [\mathbf{N}_p(\theta)z(t) + \mathbf{G}_p(\theta)u(t) + \mathbf{L}_p(\theta)y(t) + \mathbf{H}_p(\theta)d(t) + \Delta z(\theta)]\end{aligned}\tag{3.44}$$

Consideramos para $z(t) = x(t) - e(t) - \mathbf{M}_p y(t)$ (despejando $z(t)$ de la ecuación 3.40) entonces la ecuación 3.44 queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= (\mathbf{U}_p)(\mathbf{A}(\theta)x(t) + \mathbf{B}(\theta)u(t) + \mathbf{W}d(t) + \Delta x(\theta)) - \\ &\quad [\mathbf{N}_p(\theta)(x(t) - e(t) - \mathbf{M}_p y(t)) + \mathbf{G}_p(\theta)u(t) + \mathbf{L}_p(\theta)y(t) + \mathbf{H}_p(\theta)\hat{d}(t) + \Delta z(\theta)] \\ &= \mathbf{N}_p(\theta)e(t) + (\mathbf{U}_p\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{L}_p(\theta)\mathbf{C} - \mathbf{N}_p(\theta)\mathbf{U}_p(\theta))x(t) + (\mathbf{U}_p\mathbf{B}(\theta) - \mathbf{G}_p(\theta))u(t) \\ &\quad (\mathbf{U}_p\mathbf{W} - \mathbf{H}_p(\theta))\hat{d}(t) + (\mathbf{U}_p\Delta x(\theta)(t) - \Delta z(\theta)) + \mathbf{H}_p\zeta(t) + \mathbf{N}_p e(t)\end{aligned}\tag{3.45}$$

La ecuación anterior será verdadera si las siguientes igualdades se cumplen:

$$\mathbf{U}_p\mathbf{A}(\theta) = \mathbf{N}_p(\theta)\mathbf{U}_p + \mathbf{L}_p(\theta)\mathbf{C}\tag{3.46}$$

$$\mathbf{U}_p = \mathbf{I}_n - \mathbf{M}_p\mathbf{C}\tag{3.47}$$

$$\mathbf{G}_p(\theta) = \mathbf{U}_p\mathbf{B}(\theta)\tag{3.48}$$

$$\mathbf{H}_p(\theta) = \mathbf{U}_p\mathbf{W}(\theta)\tag{3.49}$$

$$\Delta z(\theta) = \mathbf{U}_p\Delta x(\theta)\tag{3.50}$$

Si las anteriores igualdades se cumplen la estimación del error se convierte en:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \mathbf{N}_p(\theta)e(t) + \mathbf{H}_p(\theta)\zeta(t) \\ \dot{\zeta} &= \Phi_p(\theta)\mathbf{C}e(t)\end{aligned}\tag{3.51}$$

De la ecuación 3.51 se establece lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_p(\theta) & \mathbf{H}_p(\theta) \\ -\Phi_p(\theta)\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta \end{bmatrix}\tag{3.52}$$

En (Hamdi et al., 2012) mencionan que la estimación del error convergerá a cero si la parte real de los eigenvalores de la matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{N}_p(\theta) & \mathbf{H}_p(\theta) \\ -\Phi_p(\theta)\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$ son negativos. Sustituyendo la ecuación 3.46 en 3.47:

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_p\mathbf{A}(\theta) &= \mathbf{N}_p(\theta)(\mathbf{I}_n - \mathbf{M}_p\mathbf{C}) + \mathbf{L}_p(\theta)\mathbf{C} \\ \mathbf{N}_p &= \mathbf{U}_p\mathbf{A}(\theta) + \mathbf{N}_p\mathbf{M}_p\mathbf{C} - \mathbf{L}_p\mathbf{C} \\ \mathbf{N}_p &= \mathbf{U}_p\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{K}_p\mathbf{C}\end{aligned}\tag{3.53}$$

Con $\mathbf{K}_p = \mathbf{L}_p - \mathbf{N}_p(\theta)\mathbf{M}_p$ se definen las siguientes matrices:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p\mathbf{A}(\theta) & \mathbf{H}_p(\theta) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta) &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p(\theta) \\ \Phi(\theta) \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{C}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{e}}_a &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}(t) \\ \zeta \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.54)$$

Entonces la función descrita en 3.52 se convierte en:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a &= (\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})\tilde{\mathbf{e}}_a \\ \tilde{\mathbf{e}}_a &= \mathbf{A}_p(\theta)\tilde{\mathbf{e}}_a\end{aligned}\quad (3.55)$$

Se hace uso del método de Lyapunov para hallar las ganancias del observador con la finalidad de garantizar la convergencia de los estados estimados.

$$\begin{aligned}V(t) &= \tilde{\mathbf{e}}_a^T(t)\mathbf{P}(\theta)\tilde{\mathbf{e}}_a(t) \\ \text{para } \mathbf{P}(\theta) &= \sum_{i=1}^{2^N} \lambda_i(\theta)\mathbf{P}_i \text{ si } \mathbf{P}(\theta) = \mathbf{P}(\theta)^T > 0\end{aligned}\quad (3.56)$$

Se deriva $V(t)$ de 3.56 y se obtiene:

$$\dot{V}(t) = \dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a^T(t)\mathbf{P}(\theta)\tilde{\mathbf{e}}_a(t) + \tilde{\mathbf{e}}_a^T(t)\mathbf{P}(\theta)\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a(t)\quad (3.57)$$

Se reemplaza la ecuación (3.55) en (3.57)

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a^T(t)(\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})^T\mathbf{P}(\theta)\tilde{\mathbf{e}}_a(t) + \tilde{\mathbf{e}}_a^T\mathbf{P}(\theta)(\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a(t) \\ &= \dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a^T(t)[(\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})^T\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)(\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})]\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_a(t)\end{aligned}\quad (3.58)$$

Para garantizar la estabilidad se debe cumplir con lo siguiente:

$$((\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})^T\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)(\tilde{\mathbf{A}}_p(\theta) - \tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)\tilde{\mathbf{C}})) < 0\quad (3.59)$$

En (Chilali and Gahinet, 1996) consideran la ubicación de polos a regiones específicas del plano complejo para ello consideran una región LMI de radio r y con centro en $(-c)$ y una variable auxiliar $\mathbf{Q}(\theta) = \mathbf{P}(\theta)\tilde{\mathbf{K}}_p(\theta)$ por lo que la desigualdad 3.59 se transforma en:

$$\begin{bmatrix} -r\mathbf{P}(\theta) & c\mathbf{P}(\theta) + \tilde{\mathbf{A}}_p^T(\theta)\mathbf{P}(\theta) - \tilde{\mathbf{C}}^T\mathbf{Q}^T(\theta) \\ c\mathbf{P}(\theta) + \mathbf{P}(\theta)\tilde{\mathbf{A}}(\theta) + \mathbf{Q}(\theta)\tilde{\mathbf{C}} & -r\mathbf{P}(\theta) \end{bmatrix} < 0\quad (3.60)$$

Finalmente, para garantizar la estabilidad del observador se reduce a resolver la siguiente LMI para cada vértice del polítopo:

$$\begin{bmatrix} -r\mathbf{P}_i & c\mathbf{P}_i + \tilde{\mathbf{A}}_{pi}^T\mathbf{P}_i - \tilde{\mathbf{C}}^T\mathbf{Q}_i^T \\ c\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i\tilde{\mathbf{A}}_{pi} + \mathbf{Q}_i\tilde{\mathbf{C}} & -r\mathbf{P}_i \end{bmatrix} < 0\quad (3.61)$$

Donde $\tilde{\mathbf{K}}_p(\theta) = \mathbf{P}_i^{-1}\mathbf{Q}_i$ es la ganancia del observador.

3.2.5.2. Algoritmo del observador LPV polítópico proporcional integral

En 3 se muestra el pseudocódigo del programa implementado en matlab:

Algoritmo 3 Observador LPV proporcional integral

Entrada: (Entradas)

Definimos las matrices $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \mathbf{C}_i \mathbf{W}_i \Delta x_i$ del sistema mostrado en 3.37

Verificamos la observabilidad del sistema usando el criterio del rango

Calculamos \mathbf{U}_p y \mathbf{M}_p de la ecuación 3.41

Hallamos los valores de $\mathbf{G}_{pi} \mathbf{H}_{pi} \Delta z_{pi}$ de 3.48 a 3.50

Creamos las matrices aumentadas $\tilde{\mathbf{A}}_{pi}$ y $\tilde{\mathbf{C}}$ mostradas en 3.54

Resolvemos la LMI para obtener los valores de \mathbf{P}_i y \mathbf{Q}_i asignando valores a: c y q mostrado en 3.60

Calculamos la ganancia del observador usando $\tilde{\mathbf{K}}_{pi} = \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{Q}_i$ obtenemos los valores de $\mathbf{K}_{pi} \Phi_{pi}$

Hallamos el valor de \mathbf{N}_{pi} usando la ecuación 3.46

Hallamos el valor de $\mathbf{L}_{pi} = \mathbf{K}_p + \mathbf{M}_p$

Verificamos que los autovalores de la matriz mostrada en 3.52 tengan valores reales negativos Definimos un tiempo inicial(t_i) tiempo final (t_f) y un tiempo de muestreo (dt)

Definimos las Condiciones iniciales de los estados observados $[x1_{hp} \ x2_{hp} \ x3_{hp} \ x4_{hp}]^T$ y de los estados reales $[x1 \ x2 \ x3 \ x4]^T$

Salida: (Salidas del algoritmo)

Mostramos las salidas de los estados reales y estimados.

1: **Para** tiempo = $t_i:dt:t_f$ **Hacer**

2: *Calculamos la salida del sistema "y"*

Calculamos los estados del sistema " $x1, x2, x3, x4$ " usando la ecuación 3.37

Calculamos los estados estimados del sistema " $\widehat{x1}, \widehat{x2}, \widehat{x3}, \widehat{x4}$," usando la ecuación 3.38

3: **Fin Para**

3.2.5.3. Simulación

Se resuelva la LMI de la ecuación 3.31 con $r=0.8c=1$ y los valores de:

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} 0,5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5000 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_p = \begin{bmatrix} 0,5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_p = 1 * 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,5000 \\ 0,5000 \\ 0,5000 \\ 0,5000 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

La matriz de ganancia del observador para el modelo es:

- Para el modelo 1

$$\mathbf{N}_{p1} = \begin{bmatrix} -0,7875 & -0,0403 & -0,0306 & -0,0393 \\ -0,0417 & -0,7870 & -0,0399 & -0,0355 \\ -0,0475 & -0,0417 & -0,7901 & -0,0405 \\ -0,0421 & -0,0420 & -0,0401 & -0,7876 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_{p1} = \begin{bmatrix} 0,0297 & 0 \\ 0 & 0,0314 \\ 0 & 0,0239 \\ 0,0260 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{p1} = \begin{bmatrix} 0,3811 & 0,0202 & 0,0468 & 0,0196 \\ 0,0209 & 0,3876 & 0,0199 & 0,0296 \\ 0,0238 & 0,0208 & 0,3635 & 0,0203 \\ 0,0210 & 0,0210 & 0,0201 & 0,3820 \end{bmatrix} \quad \Delta z_{p1} = \begin{bmatrix} -0,0376 \\ -0,0328 \\ -0,0250 \\ -0,0329 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{p1} = \begin{bmatrix} 187,4523 & 188,2755 & 192,1148 & 189,5808 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

- Para el modelo 2

$$\mathbf{N}_{p2} = \begin{bmatrix} -0,7868 & -0,0402 & -0,0324 & -0,0395 \\ -0,0405 & -0,7865 & -0,0394 & -0,0329 \\ -0,0450 & -0,0414 & -0,7892 & -0,0405 \\ -0,0417 & -0,0441 & -0,0404 & -0,7889 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_{p2} = \begin{bmatrix} 0,0446 & 0 \\ 0 & 0,0314 \\ 0 & 0,0239 \\ 0,0130 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{p2} = \begin{bmatrix} 0,3852 & 0,0201 & 0,0400 & 0,0197 \\ 0,0203 & 0,3869 & 0,0197 & 0,0378 \\ 0,0225 & 0,0207 & 0,3708 & 0,0202 \\ 0,0209 & 0,0220 & 0,0202 & 0,3731 \end{bmatrix} \quad \Delta z_{p2} = \begin{bmatrix} -0,0624 \\ -0,0435 \\ -0,0331 \\ -0,0182 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{p2} = \begin{bmatrix} 187,6655 & 187,4429 & 191,4773 & 191,1719 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

- Para el modelo 3

$$\begin{aligned}
 \mathbf{N}_{p3} &= \begin{bmatrix} -0,7873 & -0,0401 & -0,0262 & -0,0392 \\ -0,0424 & -0,7866 & -0,0404 & -0,0344 \\ -0,0518 & -0,0427 & -0,7924 & -0,0415 \\ -0,0431 & -0,0424 & -0,0409 & -0,7878 \end{bmatrix} & \mathbf{G}_{p2} &= \begin{bmatrix} 0,0297 & 0 \\ 0 & 0,0382 \\ 0 & 0,0162 \\ 0,0260 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{L}_{p3} &= \begin{bmatrix} 0,3766 & 0,0200 & 0,0613 & 0,0196 \\ 0,0212 & 0,3873 & 0,0202 & 0,0321 \\ 0,0259 & 0,0213 & 0,3480 & 0,0208 \\ 0,0215 & 0,0212 & 0,0205 & 0,3790 \end{bmatrix} & \Delta z_{p3} &= \begin{bmatrix} -0,0299 \\ -0,0387 \\ -0,0164 \\ -0,0261 \end{bmatrix} \\
 \Phi_{p3} &= \begin{bmatrix} 185,8243 & 187,3362 & 193,9177 & 189,4166 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

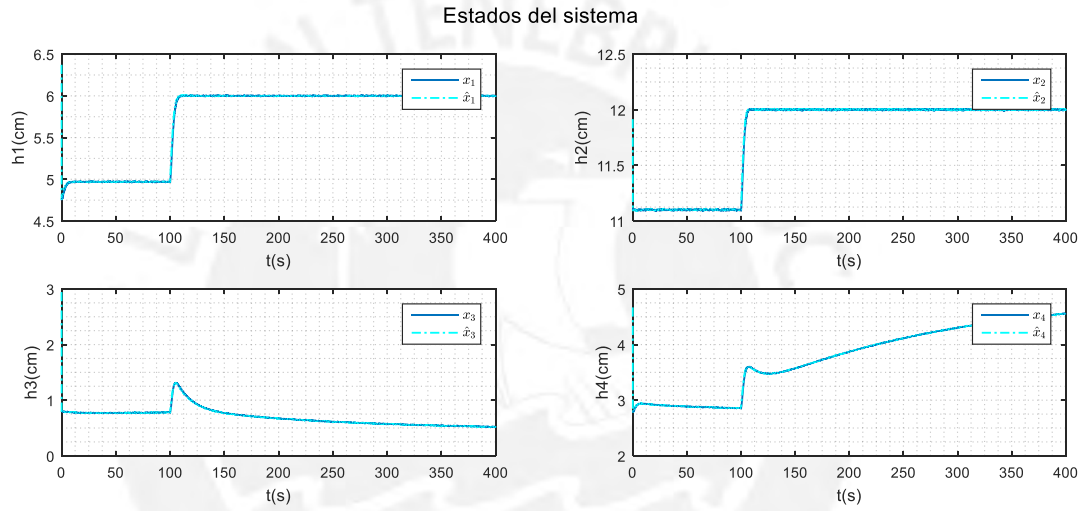


Figura 3.9: Estados observados (PIO) Vs el proceso hidráulico modelo local 1

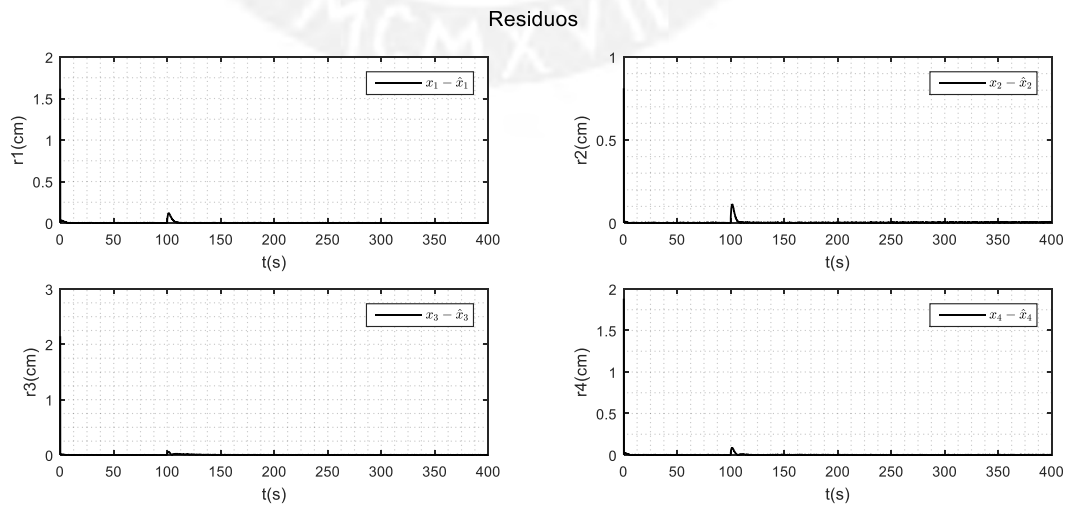


Figura 3.10: Residuos de los estados estimados y del modelo local 1

- Para el modelo 4

$$\begin{aligned}
 \mathbf{N}_{p4} &= \begin{bmatrix} -0,7863 & -0,0397 & -0,0294 & -0,0392 \\ -0,0405 & -0,7861 & -0,0397 & -0,0326 \\ -0,0474 & -0,0418 & -0,7906 & -0,0411 \\ -0,0419 & -0,0439 & -0,0409 & -0,7889 \end{bmatrix} & \mathbf{G}_{p4} &= \begin{bmatrix} 0,0446 & 0 \\ 0 & 0,0382 \\ 0 & 0,0162 \\ 0,0130 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{L}_{p4} &= \begin{bmatrix} 0,3837 & 0,0198 & 0,0495 & 0,0196 \\ 0,0203 & 0,3876 & 0,0199 & 0,0380 \\ 0,0237 & 0,0209 & 0,3605 & 0,0206 \\ 0,0210 & 0,0219 & 0,0204 & 0,3727 \end{bmatrix} & \Delta z_{p4} &= \begin{bmatrix} -0,0613 \\ -0,0536 \\ -0,0227 \\ -0,0179 \end{bmatrix} \\
 \Phi_{p4} &= \begin{bmatrix} 186,3665 & 187,0541 & 192,8856 & 191,1327 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

Con el fin de verificar el desempeño de la estimación de estados se realiza la siguiente simulación para lo cual se utilizó el diagrama de simulink mostrado en la figura 3.4. Para la simulación se consideró las condiciones iniciales: $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$, $x_4(0) = 0$ y $\hat{x}_1(0) = 0$, $\hat{x}_2(0) = 0$, $\hat{x}_3(0) = 0$, $\hat{x}_4(0) = 0$. Los resultados de la simulación se muestran en la figura 3.9, se comparan los estados del modelo local 1 y los estados estimados por el observador de entradas desconocidas.

Los errores de convergencia entre los estados observados y los estados del modelo local 1 se muestran en la figura 3.10, en estas gráficas se observan que los errores tienden a cero a la vez que muestran variaciones debido a las entradas desconocidas del modelo local 1.

3.2.6. Comparación entre los observadores diseñados

A fin de evaluar el desempeño de los observadores se realiza una comparación entre los tres observadores y el estado del modelo local 1. En la figura 3.11 se grafican los estados del modelo local 1 ($[x_1; x_2; x_3; x_4]$) y los estados del: observador de Luenberger ($[x_{1L}; x_{2L}; x_{3L}; x_{4L}]$), observador de entradas desconocidas ($[x_{1U}; x_{2U}; x_{3U}; x_{4U}]$) y observador proporcional integral ($[x_{1P}; x_{2P}; x_{3P}; x_{4P}]$). Se muestra que los tres observadores convergen a los estados del modelo local. En la figura 3.12 se muestra

ECM	Obs.Luenberger	Obs.UIO	Obs.PIO
ECM_{x_1}	0.0074	$3.251 \cdot 10^{-5}$	$7.65 \cdot 10^{-4}$
ECM_{x_2}	0.0059	$2.284 \cdot 10^{-5}$	$2.564 \cdot 10^{-4}$
ECM_{x_3}	0.0024	$5.71 \cdot 10^{-5}$	0.02
ECM_{x_4}	0.0051	$9.114 \cdot 10^{-5}$	$9.41 \cdot 10^{-4}$

Tabla 3.1: Tabla de error cuadrático medio de los observadores.

gráficamente a los errores de convergencia de los estados del modelo local 1 y los observadores el error del observador de Luenberger es mayor al de los demás observadores debido a que su diseño no contempla a las entradas desconocidas del modelo local 1; el

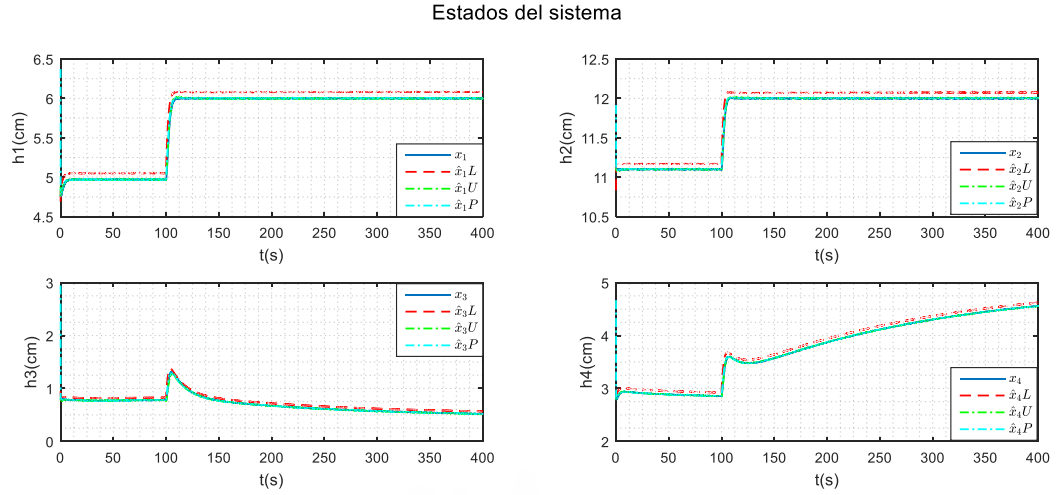


Figura 3.11: Estados reales y estimados

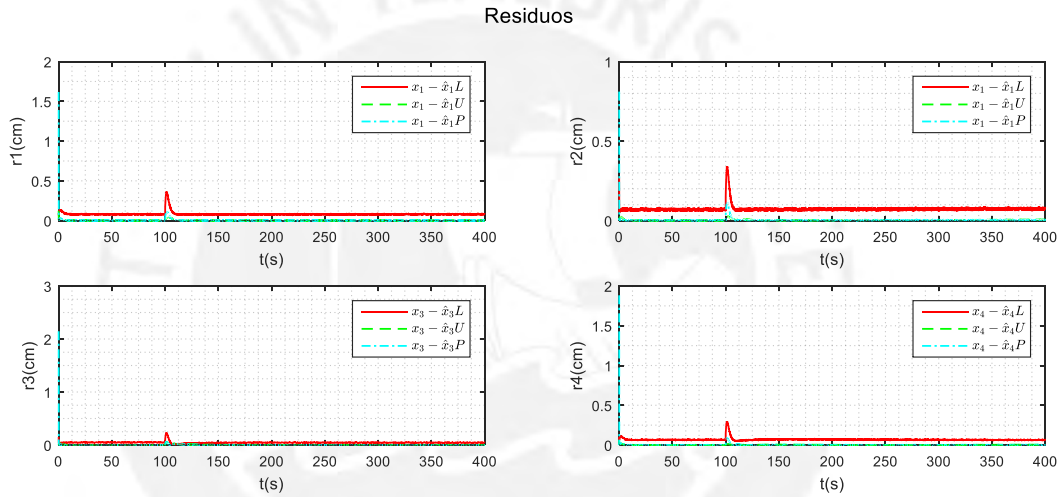


Figura 3.12: Error de convergencia

observador proporcional integral converge a cero pero los estados estimados contienen mayor ruido que el de entradas desconocidas el observador UIO tiene mayor rechazo a las entradas desconocidas además de que su error converge a cero. A continuación en la tabla 3.1, se calcula el error cuadrático medio (ECM, por sus siglas en inglés) para cada uno de los estados observados con el fin de evaluar numéricamente el desempeño de los observadores.

De la tabla 3.1 se observa que los observadores proporcional integral y de entradas desconocidas son los que tienen mayor similitud con los estados del modelo local 1.

3.3. Evaluación residual y Aislamiento de la falla

El proceso dinámico es impulsado por una señal de entrada de proceso "u", el valor o valor medio o la energía de la salida "y" del proceso pueden llegar a ser muy grandes con el fin de lograr una FDI eficiente y altamente fiable se analiza el rendimiento del sistema usando una señal residual "r" en lugar de "y"; asumimos que para el propósito de la FDI un vector residual $r \in \mathbb{R}^{kr}$ (Ding, 2008).

Generalmente los residuos están corrompidos por: incertidumbres y perturbaciones causadas por los cambios de parámetros; lo cual puede provocar error cuando se necesita detectar una falla para lograr una detección de fallas exitosa es necesario generar una señal residual en la cual se pueda distinguir a las fallas de las perturbaciones e incertidumbres. La evaluación residual y el establecimiento de umbrales sirven para este propósito. La determinación del umbral es encontrar el límite de tolerancia para las perturbaciones y el modelo de incertidumbres bajo condiciones libres de fallas.

En la figura 3.13 se muestra un esquema del proceso de evaluación residual.

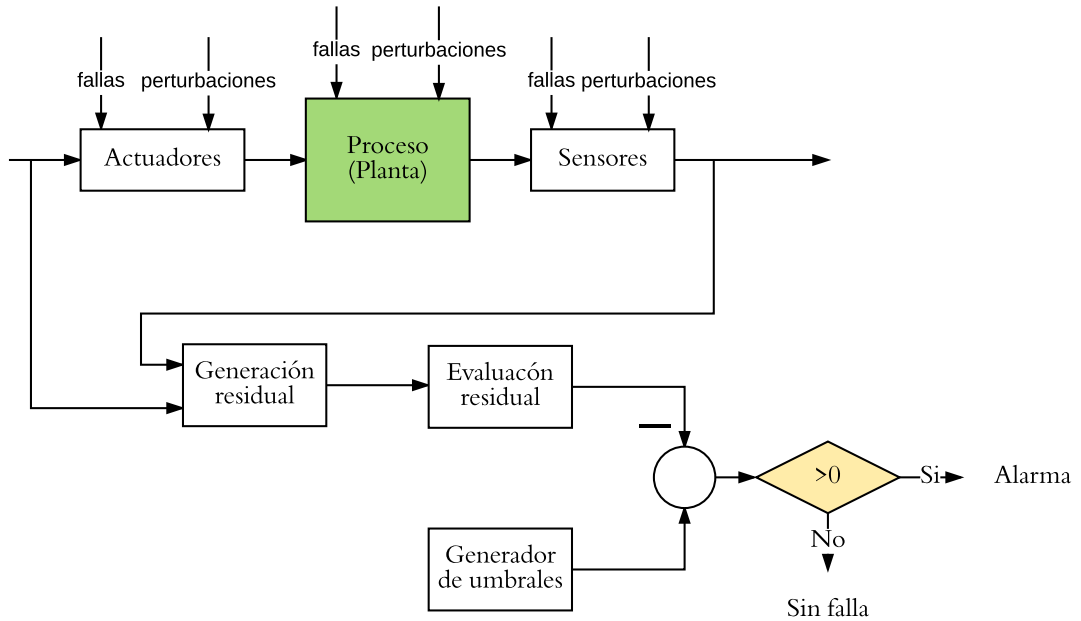


Figura 3.13: Descripción del esquema de la evaluación residual y generación de umbral

En la práctica el análisis de monitoreo de límite es ampliamente usado para la detección de fallas, así tenemos:

- **Valor pico.** - El valor pico de una señal residual esta definido por:

$$J_{pico} = \|r_{pico}\| := \sup_{k \geq 0} \|r(k)\| \quad \|r(k)\| = \sqrt{\sum_{i=0}^{K_r} r_i^2(k)} \quad (3.67)$$

El valor pico de r es la norma pico de r entonces el problema de monitoreo se reduce

a lo siguiente:

$$\begin{aligned} J_{pico} > J_{thpico} &\longrightarrow \text{alarma} \\ J_{pico} \leq J_{thpico} &\longrightarrow \text{No hay falla} \end{aligned} \quad (3.68)$$

- **Valor RMS.-** El valor RMS esta definido por:

$$J_{RMS} = \|r(k)\|_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|r(k+j)\|^2} \quad (3.69)$$

J_{RMS} mide el promedio de energia de "r" sobre el intervalo $(k + N)$ si:

$$J_{thRMS} = \sup_{sinfalla} \|r(k)\|_{RMS} \quad (3.70)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} J_{RMS} > J_{thRMS} &\longrightarrow \text{alarma} \\ J_{RMS} \leq J_{thRMS} &\longrightarrow \text{No hay falla} \end{aligned} \quad (3.71)$$

Cada vector residual puede ser usado para detectar una determinada falla de acuerdo a un método estadístico. El vector de salida de la prueba estadística llamado vector de coherencia se construye a partir del banco de "v" residuales:

$$\mathbf{S}_r = [\mathbf{S}(\|r_{pico1}\|) \cdots \mathbf{S}(\|r_{picov}\|)] \quad (3.72)$$

Donde $\mathbf{S}(r_j)$ representa un síntoma asociado con el límite del residual r_j . Este es igual a 0 cuando no hay falla e igual a 1 cuando una falla es detectada. Una vez obtenido el vector de coherencia se compara con el vector de firma de fallas asociado con la falla "j" de acuerdo a los residuales generados para detectar a que falla está asociada.

Con el propósito de realizar el aislamiento de las fallas se construye un banco de observadores en base al esquema de observadores generalizado (GOS, por su siglas en inglés) como se muestra en la 3.14. Cada observador es alimentado por todas la entradas y todas las salidas menos una la proveniente del sensor a diagnosticar; las salidas de cada observador son comparadas con las salidas medidas del modelo local para obtener los residuos.

La ventaja del esquema tipo GOS es que debido a que existen aveces perturbaciones no modeladas y errores de modelado, estos pueden dar falsas alarmas en este sentido el esquema GOS es más confiable que otros esquemas ya que se necesita más de la mitad de residuales para lanzar una alarma; además de cumplir con el criterio de observabilidad con mayor facilidad debido a que se trabaja con matrices \mathbf{C} que pueden resolver este problema. En el caso del proceso estudiado contamos con dos matrices ($\mathbf{C1}$ y $\mathbf{C2}$) que cumplen con el requisito de observabilidad. Se añadió una matriz $\mathbf{C3}$ (que cuenta con todas las salidas medidas) para obtener un mayor número de residuos.

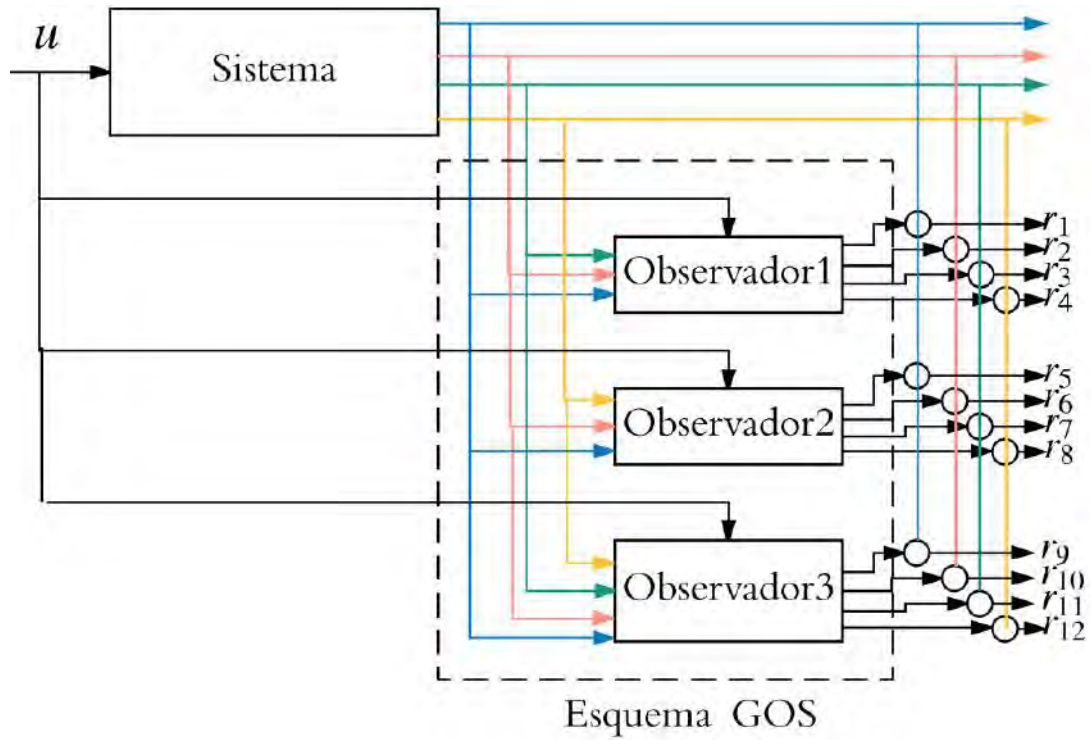


Figura 3.14: Esquema GOS para el proceso de cuatro tanques acoplados

Las matrices \mathbf{C} del esquema son:

$$\mathbf{C1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

La vector de firmas de fallas hallados para el proceso es el siguiente:

1. Residuos del observador UIO

	Residuos											
falla	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1
f_2 (en la bomba 2)	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
f_3 (en el sensor 1)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en el sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en el sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_6 (en el sensor 4)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.2: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 1

	Residuos											
falla	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
f_2 (en la bomba 2)	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
f_3 (en el sensor 1)	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en el sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en el sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_6 (en el sensor 4)	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.3: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 2

	Residuos											
falla	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
f_2 (en la bomba 2)	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1
f_3 (en el sensor 1)	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en el sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en el sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_6 (en el sensor 4)	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.4: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 3

	Residuos											
falla	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
f_2 (en la bomba 2)	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
f_3 (en el sensor 1)	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
f_4 (en el sensor 2)	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
f_5 (en el sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
f_6 (en el sensor 4)	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1

Tabla 3.5: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS UIO del modelo local 4

2. Residuos observador PIO

	Residuos											
fallas	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
f_2 (en la bomba 2)	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
f_3 (en el sensor 1)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en el sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en el sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_6 (en el sensor 4)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.6: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 1

En la tabla 3.10 se muestra un resumen con las fallas aislables de cada uno de los bancos de observadores. El valor de \checkmark indica que la falla es aislable, mientras que el valor de "0" indica que no es aislable.

3.4. Identificación de fallas usando observadores aumentados

Se considera el modelo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{F}_a f(t) \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{F}_s f(t)\end{aligned}\tag{3.74}$$

Asumimos que:

$$f = \text{constante} \quad \rightarrow \quad \dot{f} = 0\tag{3.75}$$

Entonces:

$$X_a = \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+k_f}\tag{3.76}$$

	Residuos											
fallas	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
f_2 (en la bomba 2)	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
f_3 (en sensor 1)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_6 (en sensor 4)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.7: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 2

	Residuos											
fallas	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
f_2 (en la bomba 2)	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
f_3 (en sensor 1)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en sensor 3)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_6 (en sensor 4)	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.8: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 3

	Residuos											
fallas	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12
f_1 (en la bomba 1)	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
f_2 (en la bomba 2)	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
f_3 (en sensor 1)	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_4 (en sensor 2)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f_5 (en sensor 3)	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
f_6 (en sensor 4)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3.9: Tabla de firmas de fallos usando el esquema GOS PIO del modelo local 4

	Modelo local 1		Modelo local 2		Modelo local 3		Modelo local 4	
fallas	UIO 1	PIO 1	UIO	PIO	UIO	PIO	UIO	PIO
f_1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
f_2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
f_3	✓	0	✓	0	✓	0	✓	✓
f_4	0	0	0	0	0	0	✓	✓
f_5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
f_6	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tabla 3.10: Tabla comparativa entre los observadores PIO y UIO

El sistema aumentado completo esta descrito por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{f} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{F}_a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= [\mathbf{C} \quad \mathbf{F}_s] \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.77)$$

EL estado y la falla estimada basados en el modelo de la ecuación 3.77 se calculan de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{F}_a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \left(y - [\mathbf{C} \quad \mathbf{F}_s] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \right) \quad (3.78)$$

3.4.1. Algoritmo del observador aumentado

Algoritmo 4 Identificación de las fallas con observadores aumentados

Entrada: *Establecemos el modelo de fallas*

Definimos los estados aumentados del nuevo sistema ver la ecuación 3.77

Diseñamos al observador (cálculo de las ganancias)

Definimos un tiempo inicial(t_i) tiempo final (t_f) y un tiempo de muestreo (dt)

Discretización las matrices del sistema aumentado y la ganancia del observador

Definimos las Condiciones iniciales de los estados observados y de los estados reales

Salida: (Salidas del algoritmo)

Mostramos las salidas de los estados reales y estimados para observar la convergencia.

1: **Para** tiempo = $t_i:dt:t_f$ **Hacer**

2: *Calculamos la salida del sistema "y"*

Calculamos los estados del sistema " $x_1 x_2 x_3 x_4 f$ "

Calculamos los estados estimados del sistema " $\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4 \hat{f}$ "

3: **Fin Para**

Teniendo en cuenta a los observadores diseñados para el esquema GOS, se aumento cada uno de ellos para poder estimar a las fallas simultáneamente a la estimación de

estados, en caso del esquema GOS UIO tenemos:

1. Observador 1 UIO, en este observador solo se pudo estimar 1 falla, debido a que solo se puede estimar "5" estados ; adicionalmente por la propiedad de desacoplo que tiene este observador, se eligió desacoplar a la falla en la bomba 1, el sistema aumentado es mostrado en 3.79.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{f}_4(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{4 \times 4} & 0_{4,1} \\ 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1:4,1} \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_4(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.79)$$

2. Observador 2 UIO, en este observador al igual que el observador 1 UIO solo se pudo estimar 1 falla, debido a que solo se puede estimar 5 estados (criterio del rango); adicionalmente por la propiedad de desacoplo que tiene este observador, se eligió desacoplar a la falla en la bomba 2. El sistema aumentado es mostrado en la ecuación 3.80.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{f}_6(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{4 \times 4} & 0_{4,1} \\ 0_{1 \times 4} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_6(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1:4,2} \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_6(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.80)$$

3. Observador 3 UIO, en este observador solo se pudo estimar 3 fallas. El sistema aumentado se compone de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{f}_1(t) \\ \dot{f}_2(t) \\ \dot{f}_5(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{4 \times 4} & [\mathbf{B} & 0_{4 \times 1}] \\ 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_5(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0_{3 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_5(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Para el esquema GOS PIO, se tiene los siguientes estados aumentados:

1. Observador 1 PIO, en este observador se pudo estimar 2 fallas, debido a que se puede estimar 6 estados como máximo (incluyendo a los estados del sistema y a la falla), así tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{f}_2(t) \\ \dot{f}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{4 \times 4} & \mathbf{B}_{1:4,2} & 0_{4 \times 1} \\ 0_{2 \times 4} & 0_{2 \times 2} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1:4,1} \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} f_1(t) + \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

2. Observador 2 PIO, en este observador al igual que el observador 1 PIO solo se pudo estimar 2 fallas, debido a que solo se puede estimar 6 estados (incluyendo a los estados del sistema y a la fallas); el sistema aumentado es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{f}_1(t) \\ \dot{f}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{4 \times 4} & \mathbf{B}_{1:4,1} & 0_{4 \times 1} \\ 0_{2 \times 4} & 0_{2 \times 2} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_1(t) \\ f_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1:4,2} \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} f_2(t) + \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_1(t) \\ f_4(t) \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

3. Observador 3 PIO, en este observador se puso estimar las 2 fallas restantes, así tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{f}_5(t) \\ \dot{f}_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{4 \times 4} & 0_{4 \times 2} \\ 0_{2 \times 4} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_5(t) \\ f_6(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} [d(t)] + \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ f_5(t) \\ f_6(t) \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

3.4.2. Simulaciones

En esta sección se exponen los resultados de las simulaciones efectuadas cuando existen fallas en el proceso, se mostrará a las fallas estimadas del modelo local 4, así tenemos:

3.4.2.1. Fallas en la bomba 1

La falla en la bomba 1 aparece en $t=600s$, con una amplitud de 2cm.

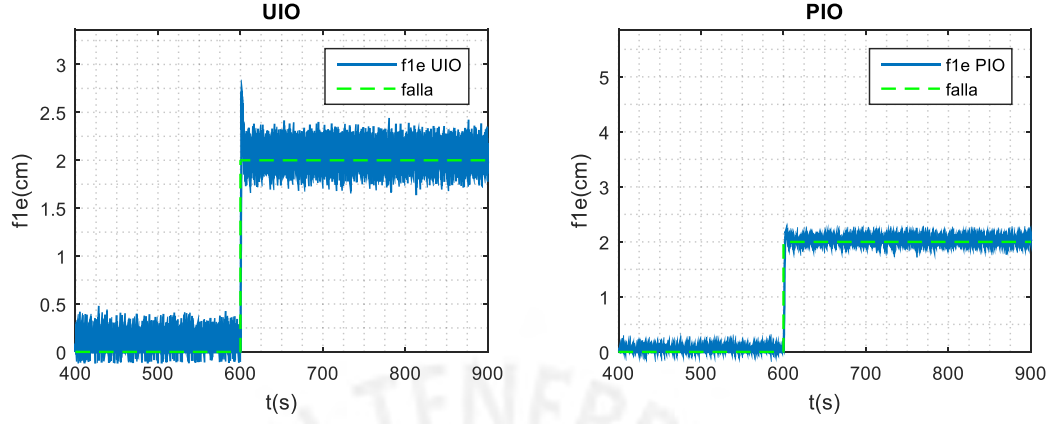


Figura 3.15: Estimación de la falla 1

En la gráfica 3.15 se muestra a la falla estimada por el banco de observadores, se observa que el esquema GOS UIO y GOS PIO, estiman a la falla en la bomba 1, ambas convergen al valor de 2cm.

3.4.2.2. Fallas en la bomba 2

La falla en la bomba 1 aparece en $t=600s$, con una amplitud de 2cm. En la gráfica 3.16

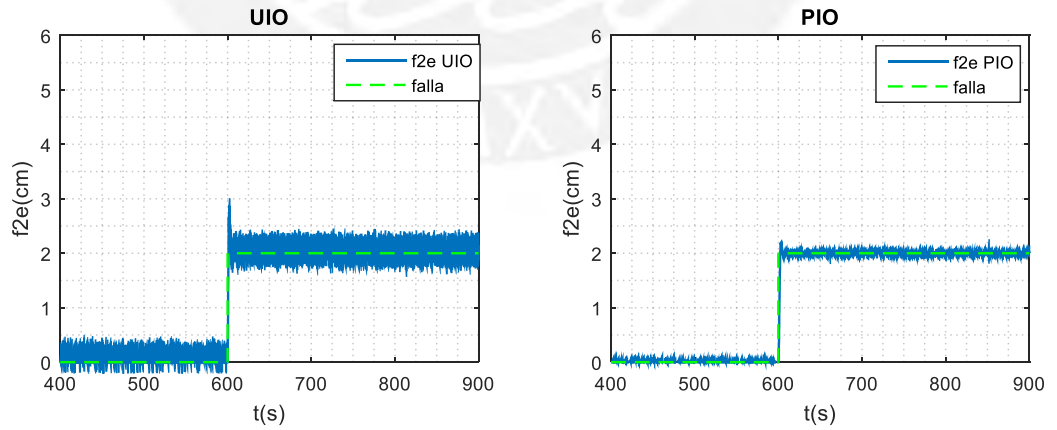


Figura 3.16: Estimación de la falla 2

se muestra a la falla estimada por el banco de observadores, se observa que el esquema GOS UIO y GOS PIO convergen a la amplitud de la falla.

3.4.2.3. Fallas en el sensor 1

La falla en el sensor 1, es un error de medición del tanque 1, aparece en $t=600s$, con una amplitud de 2cm. En la gráfica 3.17 se muestra a la falla estimada por el banco

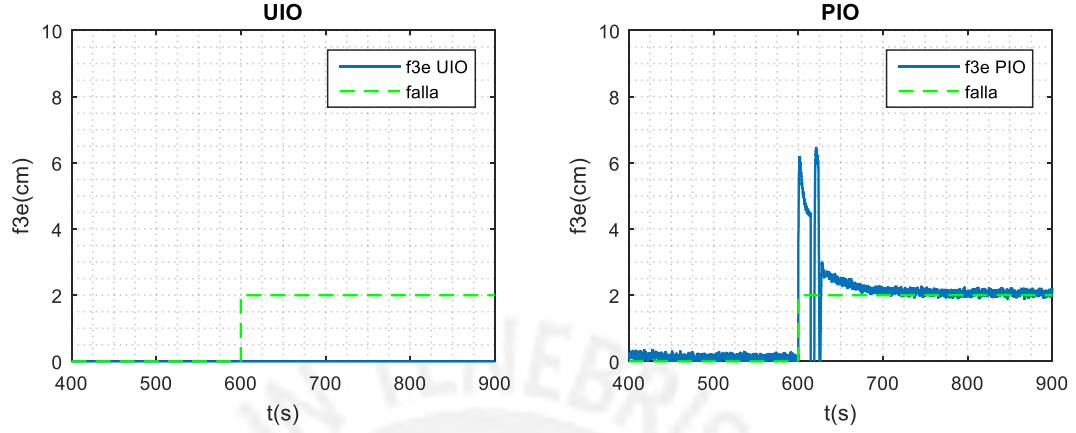


Figura 3.17: Estimación de la falla 3

de observadores, se observa que el esquema GOS UIO no estima a la falla de manera simultánea, debido a que el esquema GOS UIO propuesto estima 5 fallas; mientras que el esquema GOS PIO estima 6 fallas. Se muestra que la falla estimada converge con la amplitud de la falla.

3.4.2.4. Fallas en el sensor 2

La falla en el sensor 2, es un error de medición del tanque 2, aparece en $t=600s$, con una amplitud de 2cm. En la gráfica 3.18 se muestra a la falla estimada por el banco

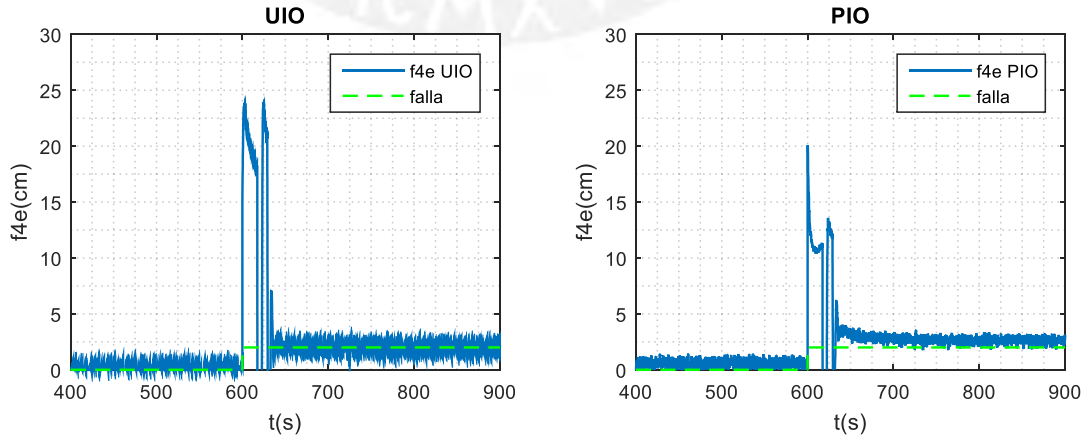


Figura 3.18: Estimación de la falla 4

de observadores, se observa que los esquemas GOS UIO y GOS PIO convergen a la

amplitud de la falla, el esquema GOS UIO presenta menor tiempo de convergencia a comparación del esquema GOS PIO, también se presenta mayor ruido en la falla estimada por el GOS UIO.

3.4.2.5. Fallas en el sensor 3

La falla en el sensor 3, es un error de medición del tanque 3, aparece en $t=600s$, con una amplitud de 2cm.

En la gráfica 3.19 se muestra a la falla estimada, se observa que los esquemas GOS

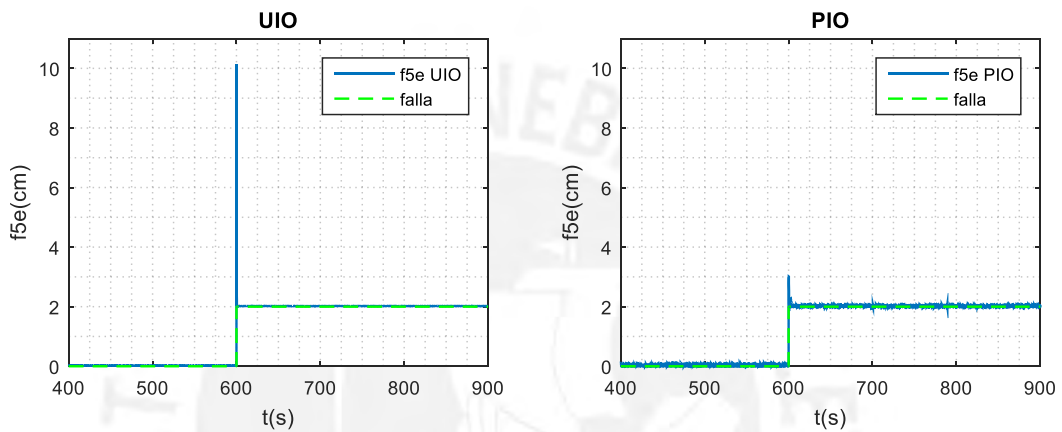


Figura 3.19: Estimación de la falla 5

UIO y GOS PIO convergen a la magnitud de la falla, el esquema GOS UIO lo hace en menor tiempo a comparación del GOS PIO.

3.4.2.6. Fallas en el sensor 4

La falla en el sensor 4, es un error de medición del tanque 4, aparece en $t=600s$, con una amplitud de 2cm.

En la gráfica 3.20 se muestra a la falla estimada, se observa que los esquemas GOS UIO y GOS PIO convergen a la magnitud de la falla.

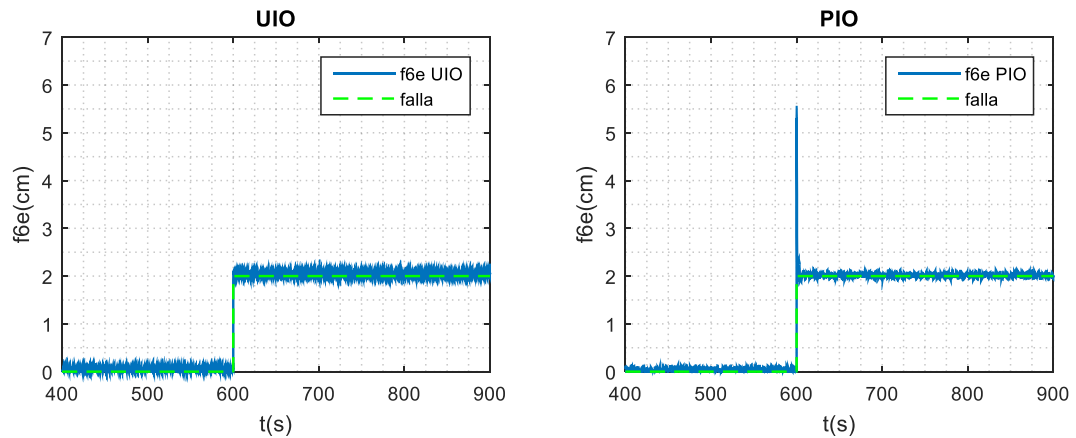


Figura 3.20: Estimación de la falla 6

3.4.3. Conclusiones parciales

- Se observa que la firma de fallos varía de acuerdo al modelo local, por lo que se concluye que una elección adecuada de los umbrales nos permitirá aislar a las fallas.
- En los modelos locales se observó que se aíslan más fallas con el banco de observadores GOS UIO.
- El esquema GOS PIO tiene como ventaja la estimación de un mayor número de fallas, pero con la desventaja de que se aíslan menos fallas en los modelos locales 1,2 y 3.

CAPÍTULO 4

Propuesta de Implementación

4.0.1. Introducción

En este capítulo se desarrolla una propuesta de implementación del sistema de diagnóstico de fallas desarrollado en el capítulo 3. Se presenta un diagrama de flujo que describe al programa implementado en RSlogix5000 también se presenta una interfaz usuario que posibilita el monitoreo del proceso.

4.1. Diagrama de flujo

A continuación se da una explicación del diagrama de flujo del sistema de diagnóstico:

- 1.- Se introducen los parámetros necesarios para la construcción de observadores tales como: matrices del proceso, las matrices de ganancia del observador, firma de fallos, etc.
- 2.- Se realiza una lectura de las variables medidas: nivel de los tanques.
- 3.- Se calcula los residuos.
- 4.- Si no se detecta alguna falla se ingresa al bucle donde se hace la lectura de las variables.
- 5.- Si se detecta falla esta es comparada con su firma de fallas para saber si es aislable.
- 6.- Si no es aislable, registra la falla como desconocida.
- 7.- Si es aislable, se procede a estimar la falla.

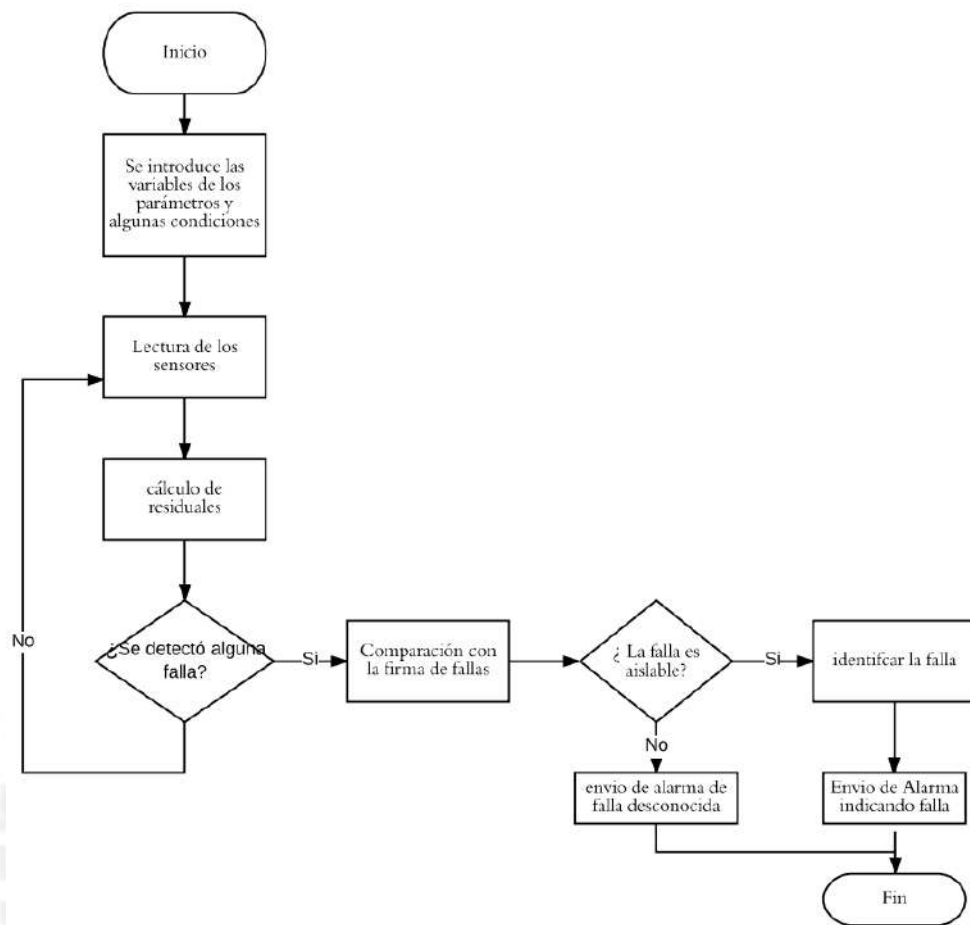


Figura 4.1: Diagrama de flujo del Sistema de diagnóstico de fallas

4.2. Software del sistema de diagnóstico

4.2.1. Implementación en RSlogix5000

Se realizaron las pruebas de implementación del algoritmo de diagnóstico utilizando el software RSlogix5000 cuya interfaz se aprecia en la figura 4.2. En este se desarrolló la tarea periódica del sistema de diagnóstico se ejecutó rutinas de la planta controlador observadores etc.

Para verificar el funcionamiento del sistema de diagnóstico diseñado en el capítulo 3 de la presente tesis se descargó el programa desarrollado a un PLC virtual denominado RSLogix 5000, que permitió simular el sistema de diagnóstico.

4.2.2. Interfaz Factorytalk View

Se desarrolló una interfaz gráfica como se muestra en la figura 4.3 para la interacción con el sistema de diagnóstico la misma que será instalada en el Panel View. Se utilizó

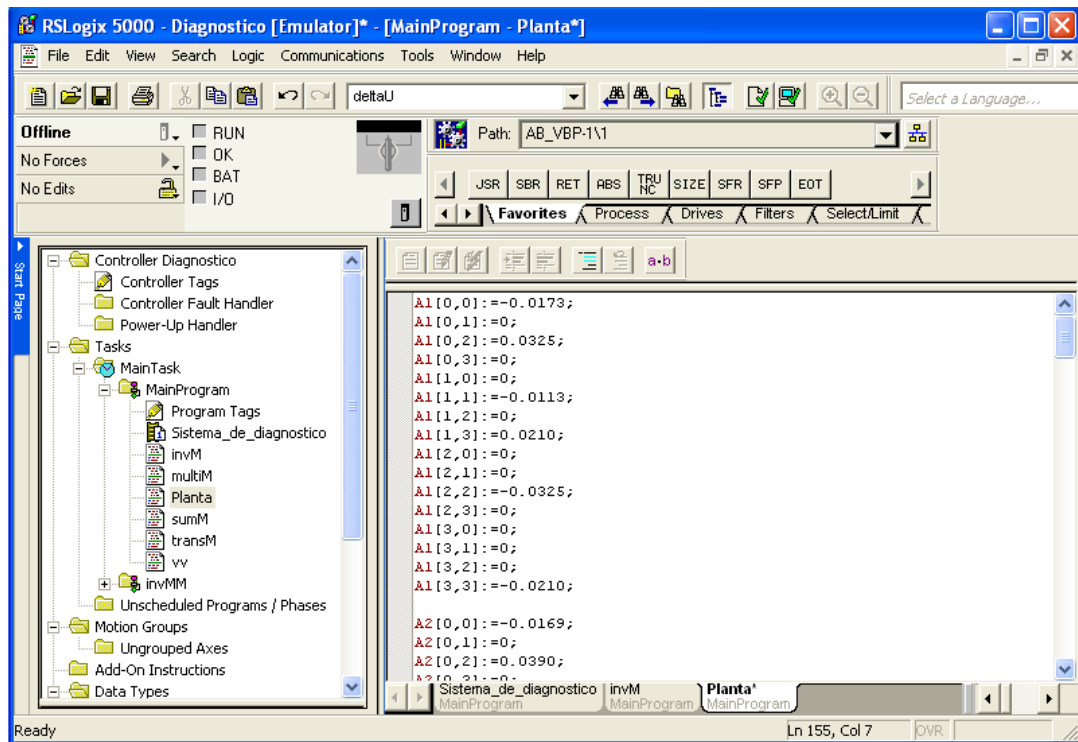


Figura 4.2: Interfaz del software RSLogix 5000

el software FactoryTalk View para el diseño de la interfaz con cuadros y gráficas.

4.2.3. Conclusiones Parciales

- Se realizó una propuesta de implementación práctica del Sistema de Diagnóstico de fallas, para ello se utilizó el lenguaje estructurado de RSLogix 5000.
- Se elaboró una interfaz gráfica para monitorear a las variables controladas y las fallas.

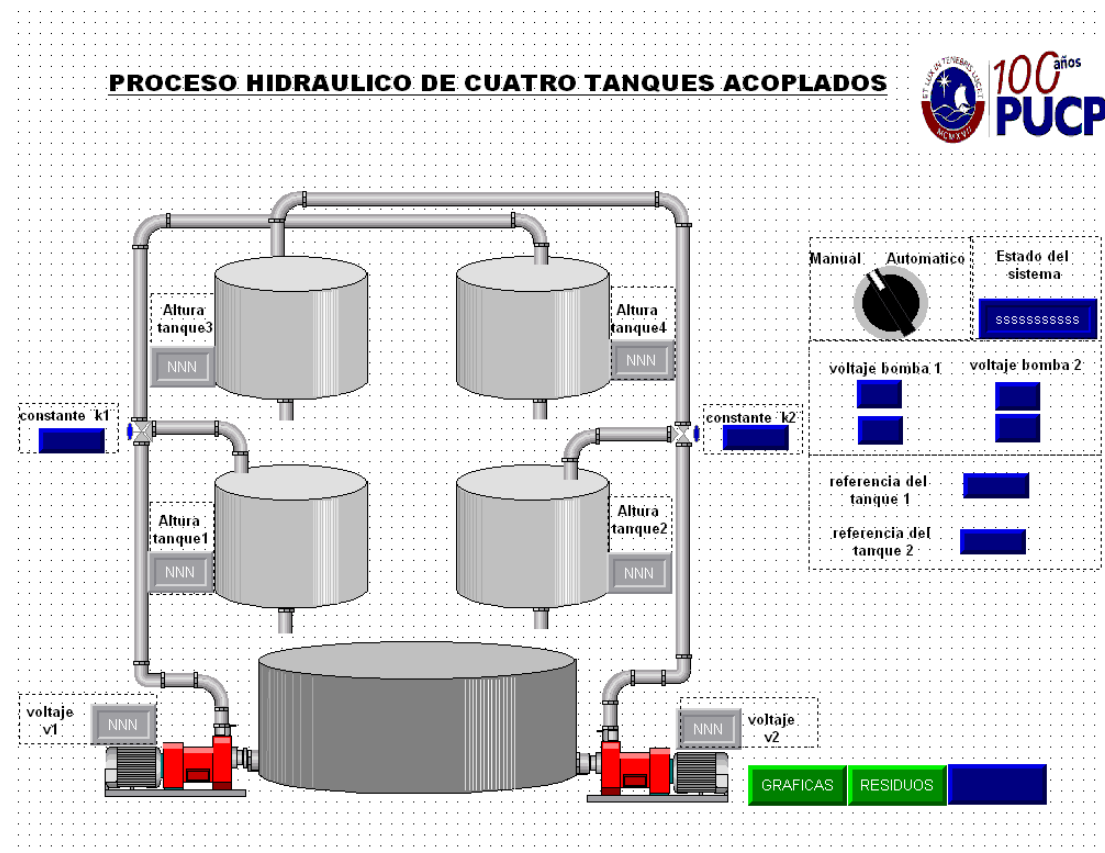


Figura 4.3: Imagen de interfaz usuario usada para el sistema de diagnóstico

Conclusiones

- Los modelos locales escogidos muestran que dependiendo del valor de las constantes γ_1 y γ_2 (constante de apertura de las válvulas que dividen los flujos de entrada para los tanques provenientes de las bombas) se tendrá que escoger valores coherentes (dentro del rango de operación) para las referencias de los tanques a controlar.
- Los análisis de detectabilidad, aislabilidad e identificabilidad fueron realizador para conocer las propiedades estructurales del proceso, si el proceso es capaz de detectar, aislar e identificar a las fallas formuladas. Se logró conocer que, si bien el modelo es capaz de detectar a todas las fallas, sólo es capaz de aislar algunas fallas debido a que no se cumple el criterio del rango; y finalmente, solo se puede identificar a las fallas que pueden aislarse. Este solo es un conocimiento a priori del proceso.
- Se diseño observadores Luenberger, de entradas desconocidas y proporcional integral. Todos los observadores presentan un factor de corrección que permite al estado estimado converger con el estado medido. En el caso del observador de Luenberger, al no considerar entradas desconocidas en su diseño conlleva a una mala convergencia entre el estado estimado y el real.
- En caso del observador de entradas desconocidas, como su propio nombre lo dice, este es capaz de desenvolverse cuando existen entradas desconocidas ('ya conocidas') permitiendo una mejor convergencia entre el estado real y el estado estimado; asimismo para el observador proporcional integral se tiene que dentro de su diseño considera a las entradas desconocidas y la convergencia con el estado real tiene una mayor aproximación en algunos estados respecto al observador UIO.
- Para aislar las fallas en sensores se usó los esquemas GOS de los observadores UIO y PIO, con este método solo se logró aislar fallas en los actuadores y en los sensores de los tanques 3 y 4 (en todos los modelos locales), debido a que los sensores 3 y 4 cumplen con el criterio de observabilidad para estos esquemas. Mientras que para aislar las demás fallas en actuadores (bombas) y sensores 1 y 2 se pudo aislarlas siempre y cuando tengan diferente firma de fallos dependiendo del modelo local. Finalmente, una vez teniendo las fallas detectadas y aisladas se las pudo estimarlas.
- En las estimaciones de fallas del esquema GOS UIO y GOS PIO, se obtuvieron buenas convergencias con los valores estimados de las fallas, la desventaja del GOS UIO es que con este método se permitió estimar 5 fallas a comparación del esquema GOS PIO que estimó 6 fallas.

- La aplicación de las LMI para encontrar las ganancias de los observadores fue de gran ayuda ya que, dependiendo a la ubicación del centro y radio que se elegía, podíamos lograr que fueran más sensibles o robustas a los fallos, a la vez que se garantizaba la convergencia de los estados estimados.



Recomendaciones

Como recomendaciones y/o trabajos futuros enfocados al diagnóstico y control de sistemas LPV del proceso hidráulico de cuatro taques, se propone lo siguiente:

- Aplicar el sistema de diagnóstico de fallas y de control diseñado a la planta piloto del proceso hidráulico de cuatro tanques mediante el reemplazo de la rutina correspondiente al modelo del comportamiento dinámico del proceso real.
- Comparar el desempeño del sistema de diagnóstico diseñado localmente con un sistema de diagnóstico que utiliza observadores no lineales, para conocer las ventajas o desventajas de haber elegido este método.
- Estudiar la variante del observador UIO + Kalman para la obtención de residuales y evaluar la conveniencia de este observador respecto a la detección de fallas.

Bibliografía

- Aguilera-Gonzalez, A., Theilliol, D., Adam-Medina, M., Astorga-Zaragoza, C., and Rodrigues, M. (2012). Sensor fault and unknown input estimation based on proportional integral observer applied to lpv descriptor systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(20):1059–1064. 72
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., Staroswiecki, M., and Schröder, J. (2006). *Diagnosis and fault-tolerant control*, volume 691. Springer. 5
- Briat, C. (2014). Linear parameter-varying and time-delay systems. *Analysis, Observation, Filtering & Control*, 3. 36
- Chen, J. and Patton, R. J. (1999). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media. 13, 67
- Chilali, M. and Gahinet, P. (1996). H_{∞} design with pole placement constraints: an lmi approach. *IEEE Transactions on automatic control*, 41(3):358–367. 62, 68, 72, 75
- Christopher, E., Thomas, L., and Hafid, S. (2010). Fault tolerant flight control—a benchmark challenge. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 399. 21, 22
- Daafouz, J., Bara, G. I., Kratz, F., and Ragot, J. (2000). State observers for discrete-time lpv systems: an interpolation based approach. In *Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, volume 5, pages 4571–4572. IEEE. 11, 61
- Dai, L. et al. (1999). Dynamic matrix control of a quadruple-tank process. In *4th IFAC World Congress*. 5
- Ding, S. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques: design schemes, algorithms, and tools*. Springer Science- Verlag.Berlin. 5, 8, 9, 11, 14, 27, 48, 49, 52, 59, 81
- Emami-Naeini, A., Akhter, M. M., and Rock, S. M. (1988). Effect of model uncertainty on failure detection: the threshold selector. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(12):1106–1115. 14
- Gatzke, E. P., Meadows, E. S., Wang, C., and Doyle, F. J. (2000). Model based control of a four-tank system. *Computers & Chemical Engineering*, 24(2-7):1503–1509. 5

- González, A. A. (2012). *Control Tolerante a Fallas de Sistemas Singulares LPV Politópicos: Aplicación a una Columna de Destilación*. PhD thesis, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico. 34
- Hamdi, H., Rodrigues, M., Mechmeche, C., Theilliol, D., and Braiek, N. B. (2012). Fault detection and isolation in linear parameter-varying descriptor systems via proportional integral observer. *International journal of adaptive control and signal processing*, 26(3):224–240. 72, 74
- Isermann, R. (2006). *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science-Verlag, Germany. xi, 7, 21
- Isermann, R. (2011). *Fault-diagnosis applications: model-based condition monitoring: actuators, drives, machinery, plants, sensors, and fault-tolerant systems*. Springer Science & Business Media. 13, 22
- Johansson, K. H. (2000). The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on control systems technology*, 8(3):456–465. xi, 20, 25, 27
- Lin, P. P., Ye, D., Gao, Z., and Zheng, Q. (2012). Intelligent process fault diagnosis for nonlinear systems with uncertain plant model via extended state observer and soft computing. *Intelligent Control and Automation*, 3(04):346. 18
- Marcos, A. and Balas, G. J. (2004). Development of linear-parameter-varying models for aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 27(2):218–228. 11
- Marín, J. A. and Díaz, N. P. (2009). Detección y aislamiento robusto de fallas mediante observadores con entradas desconocidas. *Dyna*, 76(158):209–217. xi, xi, 16, 17
- Patton, R. J., Frank, P. M., and Clark, R. N. (2013). *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media. 7, 11
- Pérez, C. G., Chanthery, E., Travé-Massuyès, L., and Sotomayor, J. (2016). Fault-driven minimal structurally overdetermined set in a distributed context. In *The 27th International Workshop on Principles of Diagnosis: DX-2016*. 5
- Reyes Yépex, M. P. (2012). *Síntesis de observadores para sistemas lineales de parámetros variables (LPV). estudio orientado hacia la detección y localización de fallas en procesos de tratamiento de aguas residuales*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Departamento de Ingeniería Electrónica. 61
- Rodrigues, M., Theilliol, D., and Sauter, D. (2005). Design of a robust polytopic unknown input observer for fdi: Application for systems described by a multi-model representation. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, pages 6268–6273. IEEE. 67, 68
- Sename, O., Gaspar, P., and Bokor, J. (2013). *Robust control and linear parameter varying approaches: application to vehicle dynamics*, volume 437. Springer. 36, 38

- Tarifa, E. E., Martínez, S. L., et al. (2007). Diagnóstico de fallas con redes neuronales. parte ii: Reconocimiento de flujos. *Ingeniería e Investigación*; Vol. 27, núm. 2 (2007); 65-71 *Ingeniería e Investigación*; Vol. 27, núm. 2 (2007); 65-71 2248-8723 0120-5609. XI, XI, 17, 18
- Youssef, T., Karimi, H. R., and Chadli, M. (2014). Faults diagnosis based on proportional integral observer for ts fuzzy model with unmeasurable premise variable. In *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2014 IEEE International Conference on*, pages 2119–2124. IEEE. XI, XI, 5, 15, 16



APÉNDICE A

Modelos locales del sistema no lineal

Para seleccionar el punto de operación, se realizaron los siguientes pasos:

1. Se necesita conocer la dinámica del proceso, por lo que se realizó una simulación en lazo abierto con: $\gamma_1 = [0,5 - 0,75]$ y $\gamma_2 = [0,6 - 0,73]$. El esquema de simulación usado es mostrado en la figura A.1. Para la simulación se usó entradas tipo rampas con la misma variación, los resultados son mostrados en la figura:

De la A.2 se observa que el tanque 2 se llena más rápido que el tanque 1 ($h_2 > h_1$),

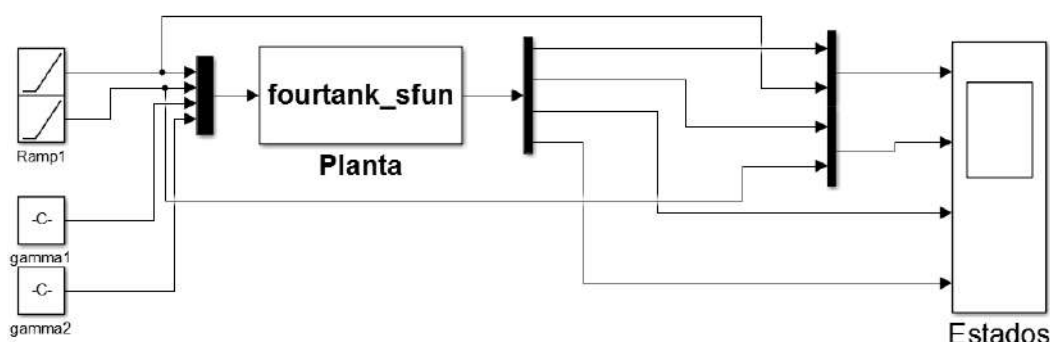


Figura A.1: Esquema usado para conocer la dinámica del sistema no lineal

mientras que los tanques 3 y 4 tienen menor altura a comparación de los tanques inferiores. En resumen la dinámica nos muestra que $h_2 > h_1 > h_3 > h_4$.

De la A.3 se observa que el tanque 1 se llena más rápido que el tanque 2 ($h_2 > h_1$), mientras que los tanques 3 y 4 tienen menor altura a comparación de los tanques inferiores. En resumen la dinámica nos muestra que $h_2 > h_1 > h_4 > h_3$.

De la A.4 se observa que el tanque 2 se llena más rápido que el tanque 1 ($h_2 > h_1$), mientras que los tanques 3 y 4 tienen menor altura a comparación de los tanques inferiores. En resumen la dinámica nos muestra que $h_2 > h_1 > h_4 > h_3$.

De la A.2 se observa que el tanque 1 se llena de forma parecida que el tanque 2 ($h_1 \approx h_2$); mientras que los tanques 3 y 4 tienen menor altura a comparación de

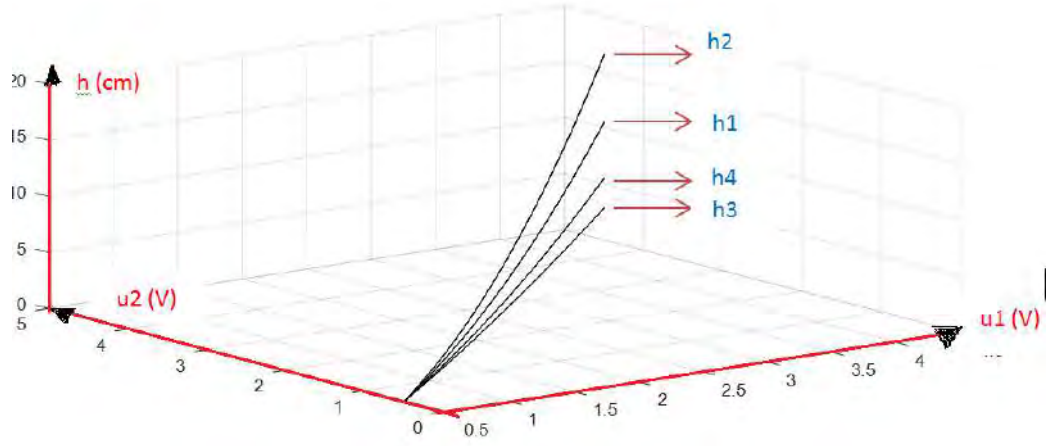


Figura A.2: Dinámica del modelo local 1

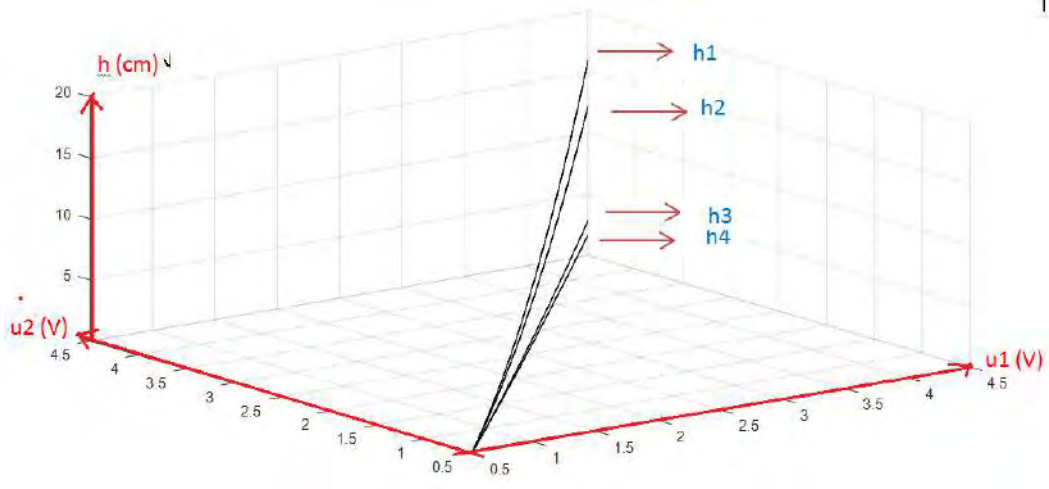


Figura A.3: Dinámica del modelo local 2

los tanques inferiores, pero con dinámica parecida. En resumen la dinámica nos muestra que $h1 \approx h2 > h3 \approx h4$.

- Una vez obtenida la dinámica del modelo local, procedemos a hallar los valores de los puntos de operación. Para este paso usamos el programa MATLAB que resolverá la ecuación en equilibrio:

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{a1}(\gamma_1 kp1 u_1 + o3 \sqrt{2gh_3} - o1 \sqrt{2gh_1}) \\
 0 &= \frac{1}{a2}(\gamma_2 kp2 u_2 + o4 \sqrt{2gh_4} - o2 \sqrt{2gh_2}) \\
 0 &= \frac{1}{a3}((1 - \gamma_2) kp2 u_2 - o3 \sqrt{2gh_3}) \\
 0 &= \frac{1}{a4}((1 - \gamma_1) kp1 u_1 - o4 \sqrt{2gh_4})
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Para el modelo local 1 con $\gamma_1 = 0,5$ y $\gamma_2 = 0,6$. Se eligió para $x1o=h1o=4.75$, $x2o=h2o= 11.1$ (puntos de equilibrio tanque 1 y tanque2 respectivamente) y como incógnitas a encontrar fueron los demás puntos de operación $x3o$, $x4o$, $v1o$ y

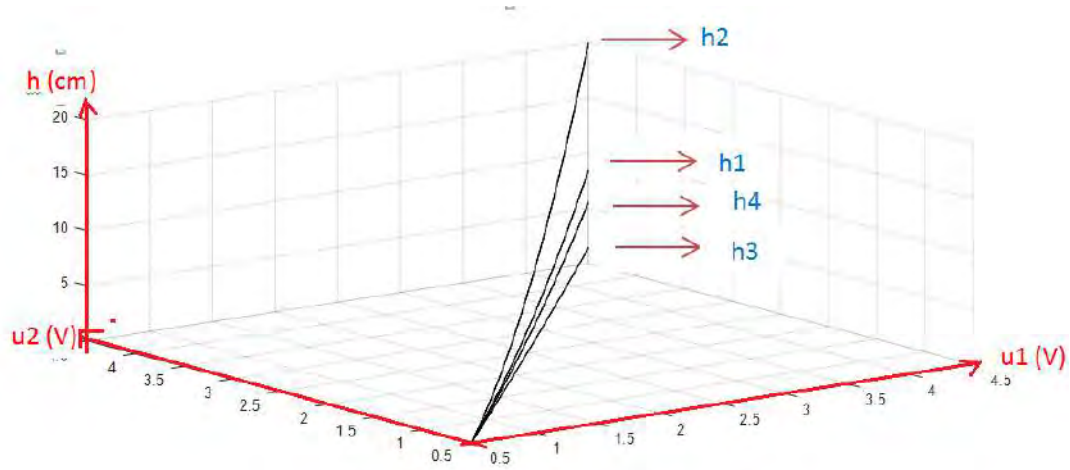


Figura A.4: Dinámica del modelo local 3

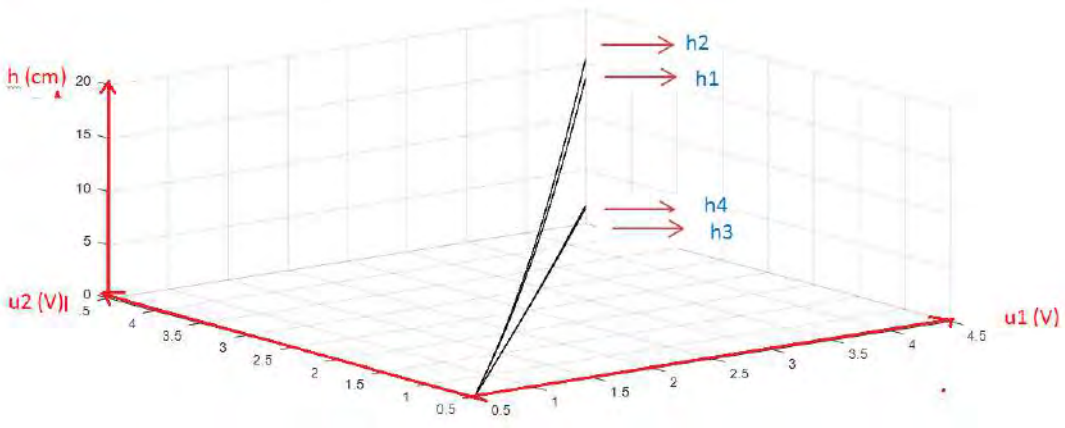


Figura A.5: Dinámica del modelo local 4

v_{2o} (puntos de equilibrio tanque 3, tanque 4, voltaje de la bomba 1 y bomba 2 respectivamente) que dan solución a la igualdad de las ecuaciones mostradas en A.1. Los resultados son:

$$\begin{aligned} h_{3o} &= 0,7934; \\ h_{4o} &= 2,7802; \\ v_{1o} &= 2,5284; \\ v_{2o} &= 2,09; \end{aligned} \tag{A.2}$$

Para el modelo local 2 con $\gamma_1 = 0,75$ y $\gamma_2 = 0,6$. Se eligió para $x_{1o}=h_{1o}=11,57$, $x_{2o}=h_{2o}=9,78$ (puntos de equilibrio tanque 1 y tanque 2 respectivamente) y como incógnitas a encontrar fueron los demás puntos de operación x_{3o} , x_{4o} , v_{1o} y v_{2o} (puntos de equilibrio tanque 3, tanque 4, voltaje de la bomba 1 y bomba 2 respectivamente) que dan solución a la igualdad de las ecuaciones mostradas en

A.1. Los resultados son:

$$\begin{aligned}h3o &= 1,3927 \\h4o &= 0,8507 \\v1o &= 2,7972 \\v2o &= 2,7697\end{aligned}\tag{A.3}$$

Para el modelo local 3 con $\gamma_1 = 0,5$ y $\gamma_2 = 0,73$.- Se eligió para $x1o=h1o=2.71$, $x2o=h2o=10.8$ (puntos de equilibrio tanque 1 y tanque2 respectivamente) y como incógnitas a encontrar fueron los demás puntos de operación $x3o$, $x4o$, $v1o$ y $v2o$ (puntos de equilibrio tanque 3, tanque 4, voltaje de la bomba 1 y bomba 2 respectivamente) que dan solución a la igualdad de las ecuaciones mostradas en A.1. Los resultados son mostrados a continuación:

$$\begin{aligned}h3o &= 0,3391 \\h4o &= 1,7561 \\v1o &= 2,0095 \\v2o &= 2,0247\end{aligned}\tag{A.4}$$

Para el modelo local 4 con $\gamma_1 = 0,75$ y $\gamma_2 = 0,73$.- Se eligió para $x1o=h1o=8.95$, $x2o=h2o=13.14$ (puntos de equilibrio tanque 1 y tanque2 respectivamente) y como incógnitas a encontrar fueron los demás puntos de operación $x3o$, $x4o$, $v1o$ y $v2o$ (puntos de equilibrio tanque 3 ,tanque 4, voltaje de la bomba 1 y bomba 2 respectivamente) que dan solución a la igualdad de las ecuaciones mostradas en A.1. Los resultados son mostrados a continuación:

$$\begin{aligned}h3o &= 0,6513 \\h4o &= 0,8228 \\v1o &= 2,7509 \\v2o &= 2,8060\end{aligned}\tag{A.5}$$

APÉNDICE B

Programas en MATLAB

B.1. Simulink

B.1.1. Elección de modelos locales

En esta sección se muestra los códigos de los programas utilizados para la simulación de modelos locales:

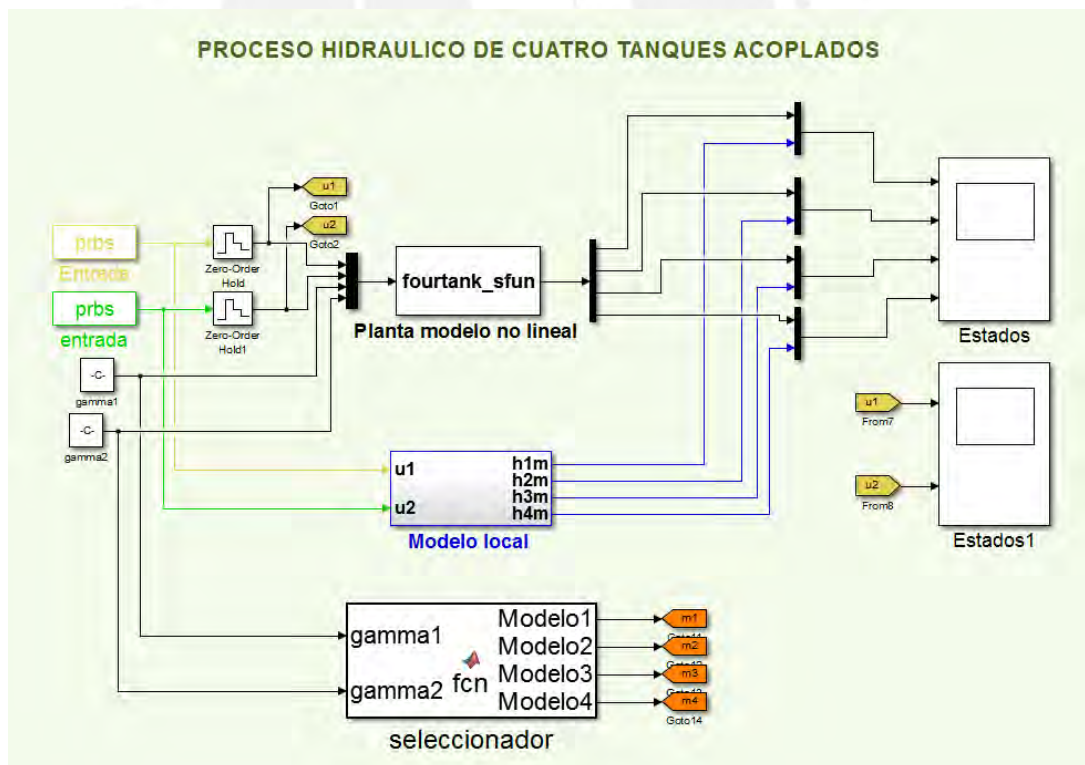


Figura B.1: Esquema usado para la simulación de los modelos locales

Listing B.1: Código del bloque proceso

```
1 %Funcion del modelo no lineal
2
```



```

3 function [sys,x0,str,ts] = cuatroTanques_sfun(t,x,u,flag,h0)
4
5
6 switch flag
7
8     case 0 %inicio ;
9
10         sizes = simsizes;
11         sizes.NumContStates = 4;
12         sizes.NumDiscStates = 0;
13         sizes.NumOutputs = 4;
14         sizes.NumInputs = 4;
15         sizes.DirFeedthrough = 0;
16         sizes.NumSampleTimes = 1;
17         sys = simsizes(sizes);
18
19         str = [];
20         ts = [0 0];
21         x0 = h0 ;
22
23     case 1 %derivadas;
24
25
26
27         h1 = x(1);
28         h2 = x(2);
29         h3 = x(3);
30         h4 = x(4);
31
32         %entradas
33         cd=1;
34         v1 = u(1);
35         v2 = u(2);
36         gamma1 = u(3);
37         gamma2 = u(4);
38         % Valores de los parametros
39
40         A1 = 28;%area tanque 1
41         A2 = 32;%area tanque 2
42         A3 = 28;%area tanque 3
43         A4 = 32;%area tanque 4
44
45         a1 = 0.071;%area orificio 1
46         a2 = 0.057;%area orificio 2
47         a3 = 0.071;%area orificio 3
48         a4 = 0.057;%area orificio 4
49         g = 981; %gravedadcm/s2
50         ca=v1;
51         cb=v2;
52         qa=ca*3.33;
53         qb=cb*3.35;
54         % Derivadas de estados
55         dh1dt = -(a1/A1)*cd*sqrt(2*g*h1)+(a3/A1)*cd*sqrt(2*g*h3)+gamma1*qb/A1;
56         dh2dt = -(a2/A2)*cd*sqrt(2*g*h2)+(a4/A2)*cd*sqrt(2*g*h4)+gamma2*qa/A2;
57         dh3dt = -(a3/A3)*cd*sqrt(2*g*h3)+(1-gamma2)*qa/A3;
58         dh4dt = -(a4/A4)*cd*sqrt(2*g*h4)+(1-gamma1)*qb/A4;
59
60         sys = [dh1dt;dh2dt;dh3dt;dh4dt];
61
62     case 3 %Salidas;
63

```



```

64     sys = [x(1);x(2);x(3);x(4)];
65
66     case {2, 4, 9}
67         sys = [];
68
69     otherwise
70         error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
71
72 end

```

Listing B.2: Código del bloque seleccionador

```

1 function [Modelo1,Modelo2,Modelo3,Modelo4] = fcn(gamma1,gamma2)
2
3 %%codegen
4 persistent funp1 funp2 funp3 funp4 maxgamma1 maxgamma2 mingamma1 mingamma2
5
6
7 if isempty(maxgamma1)
8
9     maxgamma1=0.75;% valor maximo de $$\gamma_1
10    maxgamma2=0.73;% valor maximo de $$\gamma_2
11    mingamma1=0.5;% valor minimo de $$\gamma_1
12    mingamma2=0.6;% valor minimo de $$\gamma_2
13 end
14 %funcion de ponderacion 1
15 funp1=((maxgamma1-gamma1)/(maxgamma1-mingamma1))*((maxgamma2-gamma2)/(maxgamma2-
16     -mingamma2));
17 %funcion de ponderacion 2
18 funp2=((gamma1-mingamma1)/(maxgamma1-mingamma1))*((maxgamma2-gamma2)/(maxgamma2-
19     -mingamma2));
20 %funcion de ponderacion 3
21 funp3=((maxgamma1-gamma1)/(maxgamma1-mingamma1))*((gamma2-mingamma2)/(maxgamma2-
22     -mingamma2));
23 %funcion de ponderacion 4
24 funp4=((gamma1-mingamma1)/(maxgamma1-mingamma1))*((gamma2-mingamma2)/(maxgamma2-
25     -mingamma2));
26
27 Modelo1=funp1;
28 Modelo2=funp2;
29 Modelo3=funp3;
30 Modelo4=funp4;

```

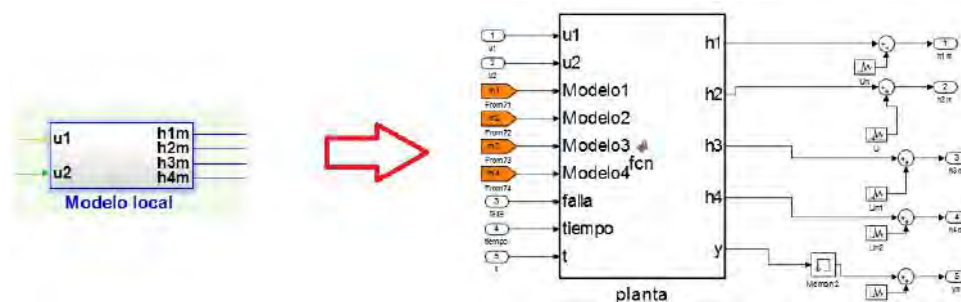


Figura B.2: Bloque del modelo local + ruido

Listing B.3: Código del bloque seleccionador

```

1  %%Funcion de modelo local + fallas
2  function [h1,h2,h3,h4,y] = fcn(u1,u2,Modelo1,Modelo2,Modelo3,Modelo4,falla ,
   tiempo,t)
3  %%codegen
4  persistent A1 B1 A2 B2 A3 B3 A4 B4 C k x W deltax1 deltax2 deltax3 deltax4 ...
   Fs Fa1 Ts xp Fa2 Fa3 Fa4 Fu
5
6
7  if isempty(k)
8      Ts=0.1;
9      k=0;
10     A1=[      -0.0258      0      0.0576      0
11          0      -0.0118      0      0.0261
12          0      0      -0.0576      0
13          0      0      0      -0.0261];
14     A2=[ -0.0165      0      0.0480      0
15          0      -0.0126      0      0.0436
16          0      0      -0.0480      0
17          0      0      0      -0.0436];
18     A3=[ -0.0341      0      0.0962      0
19          0      -0.0120      0      0.0296
20          0      0      -0.0962      0
21          0      0      0      -0.0296];
22     A4=[ -0.0188      0      0.0713      0
23          0      -0.0109      0      0.0430
24          0      0      -0.0713      0
25          0      0      0      -0.0430];
26     B1=[  0.0595      0
27          0      0.0628
28          0      0.0479
29          0.0520      0];
30     B2=[  0.0892      0
31          0      0.0628
32          0      0.0479
33          0.0260      0];
34     B3=[  0.0595      0
35          0      0.0764
36          0      0.0323
37          0.0520      0];
38     B4=[  0.0892      0
39          0      0.0764
40          0      0.0323
41          0.0260      0];
42     A=zeros(4,4);
43     B=zeros(4,2);
44     x=[0;0;0;0];
45     W=[0.001;0.001;0.001;0.001];
46     deltax1=[ -0.0661
47               -0.0695
48               -0.0529
49               -0.0575];
50     deltax2=[ -0.1200
51               -0.0851
52               -0.0659
53               -0.0358];
54     deltax3=[ -0.0593
55               -0.0758
56               -0.0318
57               -0.0514];
58     deltax4=[ -0.1215
59               -0.1033

```

```

60         -0.0446
61         -0.0354];
62         C=eye(4);
63         ruido=0.2;
64
65         Fs= [zeros(4,2) eye(4)];
66         Fa1=[B1 zeros(4,4)];
67         Fa2=[B2 zeros(4,4)];
68         Fa3=[B3 zeros(4,4)];
69         Fa4=[B4 zeros(4,4)];
70         Fu=[-0.0077 0 0 0;0 -0.0062 0 0; 0 0 -0.0256 0; 0 0 0 -0.0232];
71     end
72     if (t>tiempo)&&(falla==3)
73         y=C*x+Fs*[0;0;2;0;0;0];
74         h1=y(1,1);
75         h2=y(2,1);
76         h3=y(3,1);
77         h4=y(4,1);
78         xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1)+Modelo2*(A2*x+B2*[u1;u2]+W
              .*0.1+ deltax2)+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax3)+Modelo4*(A4*x
              +B4*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax4);
79         x=x+Ts*xp;
80     elseif (t>tiempo)&&(falla==4)
81         y=C*x+Fs*[0;0;0;2;0;0];
82         h1=y(1,1);
83         h2=y(2,1);
84         h3=y(3,1);
85         h4=y(4,1);
86         xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1)+Modelo2*(A2*x+B2*[u1;u2]+W
              .*0.1+ deltax2)+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax3)+Modelo4*(A4*x
              +B4*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax4);
87         x=x+Ts*xp;
88
89     elseif (t>tiempo)&&(falla==5)
90         y=C*x+Fs*[0;0;0;0;2;0];
91         h1=y(1,1);
92         h2=y(2,1);
93         h3=y(3,1);
94         h4=y(4,1);
95         xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1)+Modelo2*(A2*x+B2*[u1;u2]+W
              .*0.1+ deltax2)+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax3)+Modelo4*(A4*x
              +B4*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax4);
96         x=x+Ts*xp;
97     elseif (t>tiempo)&&(falla==6)
98         y=C*x+Fs*[0;0;0;0;0;2];
99         h1=y(1,1);
100        h2=y(2,1);
101        h3=y(3,1);
102        h4=y(4,1);
103        xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1)+Modelo2*(A2*x+B2*[u1;u2]+W
              .*0.1+ deltax2)+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax3)+Modelo4*(A4*x+
              B4*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax4);
104        x=x+Ts*xp;
105    elseif (t>tiempo)&&(falla==1)
106        y=C*x;
107        h1=y(1,1);
108        h2=y(2,1);
109        h3=y(3,1);
110        h4=y(4,1);
111        xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1+Fa1*[2;0;0;0;0;0])+Modelo2*(A2*
              x+B2*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax2+Fa2*[10;0;0;0;0;0])+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;

```

```

    u2]+W.*0.1+ deltax3+Fa3*[2;0;0;0;0;0])+Modelo4*(A4*x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+
    deltax4+Fa4*[2;0;0;0;0;0]);
112     x=x+Ts*xp;
113 elseif (t>tiempo)&&(falla==2)
114     y=C*x;
115     h1=y(1,1);
116     h2=y(2,1);
117     h3=y(3,1);
118     h4=y(4,1);
119     xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1+Fa1*[0;2;0;0;0;0])+Modelo2*(A2
    *x+B2*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax2+Fa2*[0;2;0;0;0;0])+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;
    u2]+W.*0.1+ deltax3+Fa3*[0;2;0;0;0;0])+Modelo4*(A4*x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+
    deltax4+Fa4*[0;2;0;0;0;0]);
120     x=x+Ts*xp;
121 elseif (t>tiempo)&&(falla==7)
122     y=C*x;
123     h1=y(1,1);
124     h2=y(2,1);
125     h3=y(3,1);
126     h4=y(4,1);
127     xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1+Fu*[x(1,1);0;0;0;0;0])+Modelo2*(A2*
    x+B2*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax2+Fu*[x(1,1);0;0;0;0;0])+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2
    ]+W.*0.1+ deltax3+Fu*[x(1,1);0;0;0;0;0])+Modelo4*(A4*x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+
    deltax4+Fu*[x(1,1);0;0;0;0;0]);
128     x=x+Ts*xp;
129 elseif (t>tiempo)&&(falla==8)
130     y=C*x;
131     h1=y(1,1);
132     h2=y(2,1);
133     h3=y(3,1);
134     h4=y(4,1);
135     xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1+Fu*[0;x(2,1);0;0;0;0])+Modelo2*(A2*
    x+B2*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax2+Fu*[0;x(2,1);0;0;0;0])+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2
    ]+W.*0.1+ deltax3+Fu*[0;x(2,1);0;0;0;0])+Modelo4*(A4*x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+
    deltax4+Fu*[0;x(2,1);0;0;0;0]);
136     x=x+Ts*xp;
137 elseif (t>tiempo)&&(falla==9)
138     y=C*x;
139     h1=y(1,1);
140     h2=y(2,1);
141     h3=y(3,1);
142     h4=y(4,1);
143     xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1+Fu*[0;0;x(3,1);0;0;0])+Modelo2*(A2*
    x+B2*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax2+Fu*[0;0;x(3,1);0;0;0])+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2
    ]+W.*0.1+ deltax3+Fu*[0;0;x(3,1);0;0;0])+Modelo4*(A4*x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+
    deltax4+Fu*[0;0;x(3,1);0;0;0]);
144     x=x+Ts*xp;
145 elseif (t>tiempo)&&(falla==10)
146     y=C*x;
147     h1=y(1,1);
148     h2=y(2,1);
149     h3=y(3,1);
150     h4=y(4,1);
151     xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax1+Fu*[0;0;0;x(4,1);0;0])+Modelo2*(A2*
    x+B2*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax2+Fu*[0;0;0;x(4,1);0;0])+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2
    ]+W.*0.1+ deltax3+Fu*[0;0;0;x(4,1);0;0])+Modelo4*(A4*x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+
    deltax4+Fu*[0;0;0;x(4,1);0;0]);
152     x=x+Ts*xp;
153 else
154     y=C*x+Fs*[0;0;0;0;0;0];
155     h1=y(1,1);

```

```

156         h2=y(2,1);
157         h3=y(3,1);
158         h4=y(4,1);
159
160         xp= Modelo1*(A1*x+B1*[u1;u2]+W*0.1+ deltax1)+Modelo2*(A2*x+B2*[u1;u2]+W
            .*0.1+ deltax2)+Modelo3*(A3*x+B3*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax3)+Modelo4*(A4*
            x+B4*[u1;u2]+W.*0.1+ deltax4);
161         x=x+Ts*xp;
162     end
163     k=k+1;

```

B.1.2. Control de modelos locales y diagnóstico de fallas

En esta sección se muestra los códigos y esquemas de SIMULINK utilizados para la simulación del diagnóstico de fallas:

Dentro del bloque control se encuentra el bloque interno llamado controlador 1, como

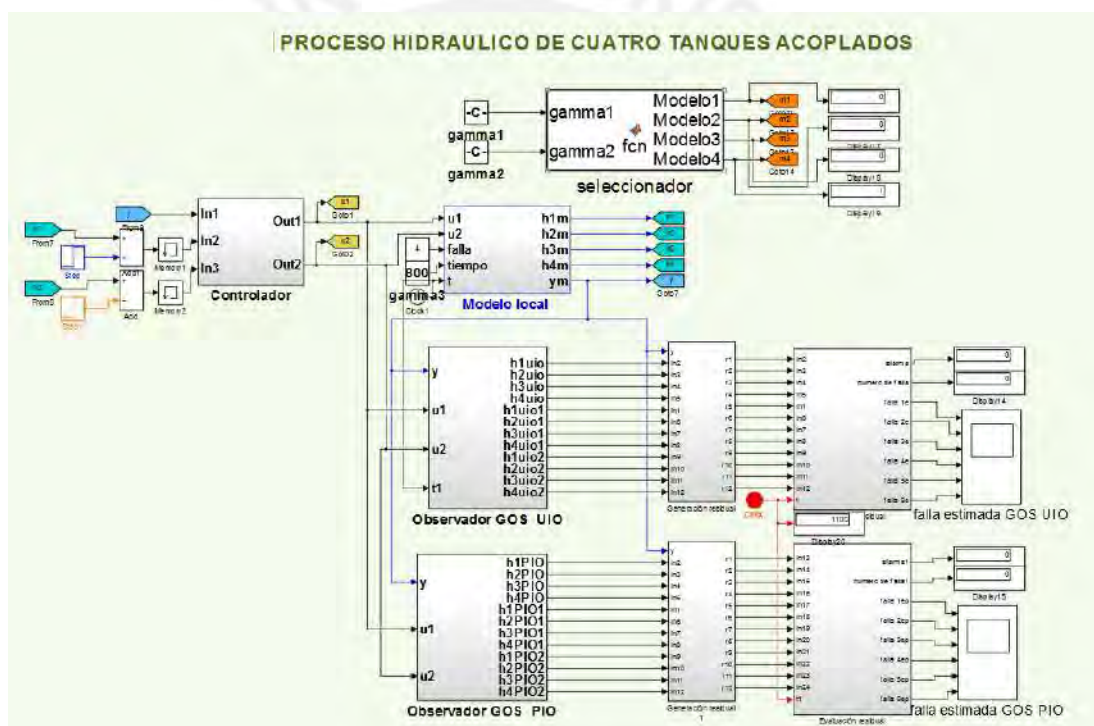


Figura B.3: Esquema del diagnóstico de fallas usando banco de observadores aumentados UIO y PIO

se muestra en la figura B.4

Listing B.4: Código del bloque seleccionador

```
1 function [u1,u2] = fcn(Modelo1,Modelo2,Modelo3,Modelo4,estados,e1,e2)
2 %codegen
3 persistent K1 K2 K3 K4 int_err int_err2 u k Ts estados1
4
5
6 if isempty(k)
```

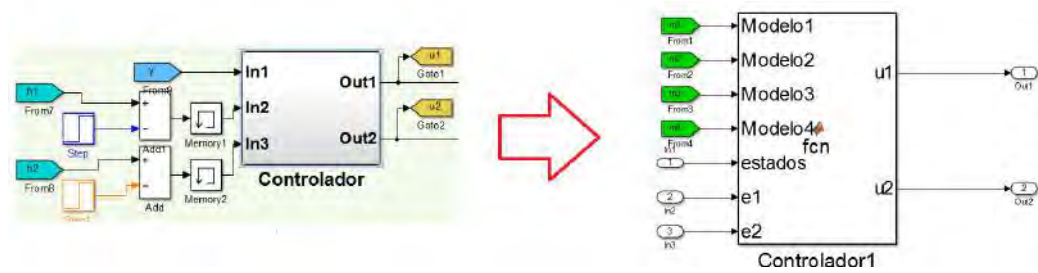


Figura B.4: Bloque interno del bloque controlador

```

7
8     k=1;
9
10    int_err=0;
11    int_err2=0;
12    %%%%% Ganancia de retroalimentacion para cada modelo local %%%%%%%%%
13    K1=[ 11.1471   -0.2151    0.9338    0.0018    0.9999   -0.0164
14         0.1633   11.3121    0.0092    0.4125    0.0164    0.9999];
15    K2=[ 10.8823   -0.0597    0.5249   -0.0030    1.0000   -0.0045
16         0.0402   11.2970    0.0104    0.6837    0.0045    1.0000];
17    K3=[ 11.0116   -0.2297    1.4834    0.0022    0.9998   -0.0179
18         0.1768   11.0822    0.0075    0.3816    0.0179    0.9998];
19    K4=[ 10.8574   -0.0722    0.7689   -0.0019    1.0000   -0.0057
20         0.0552   11.0953    0.0062    0.5534    0.0057    1.0000];
21    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
22    u=[0;0]; %valores iniciales
23    Ts=0.1; %tiempo de muestreo
24    end
25    estados1=estados+zeros(4,1);
26    int_err = int_err+(e1)*Ts;
27    int_err2 = int_err2+(e2)*Ts;
28    %Calculo de la senial de control
29    u =( Modelo1.*(-K1(1:2,1:4)*estados1 - K1(1:2,5:6)*[int_err;int_err2]))+
        Modelo2.*(-K2(1:2,1:4)*estados1 - K2(1:2,5:6)*[int_err;int_err2])...
30    +Modelo3.*(-K3(1:2,1:4)*estados1 - K3(1:2,5:6)*[int_err;int_err2])+
        Modelo4.*(-K4(1:2,1:4)*estados1 - K4(1:2,5:6)*[int_err;int_err2]);
31    %salidas
32    u1=u(1,1);
33    u2=u(2,1);
34    %imitacion de la salida del controlador
35    if (u1>10)
36        u1=10;
37    elseif (u1<0)
38        u1=0;
39    end
40    if (u2>10)
41        u2=10;
42    elseif (u2<0)
43        u2=0;
44    end
45
46
47    k=k+1;

```


B.1.3. Esquema GOS UIO

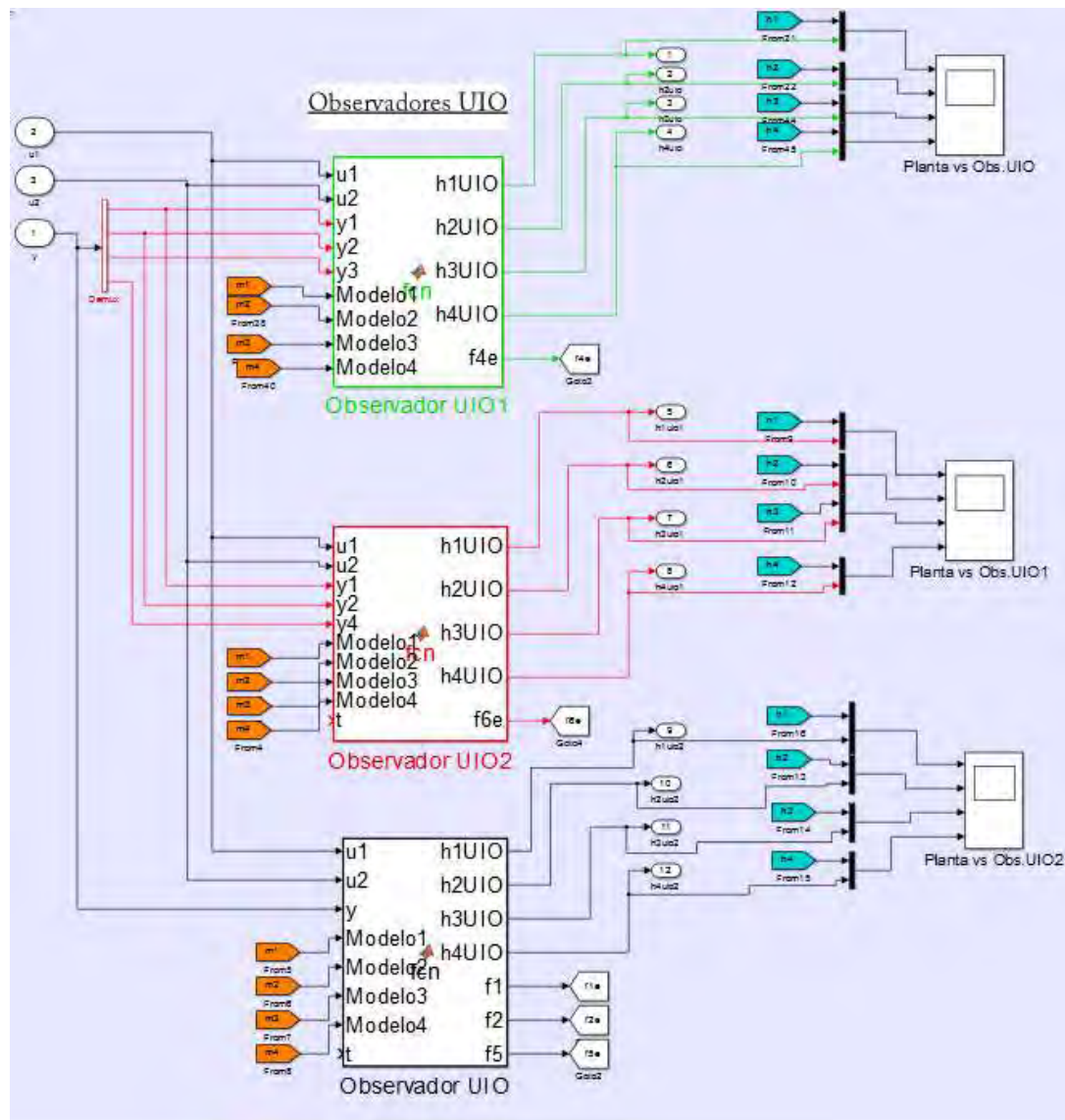


Figura B.5: Bloque interno del observador GOS UIO

Listing B.5: Código del bloque observador UIO1

```

1 function [h1UIO,h2UIO,h3UIO,h4UIO,f4e] = fcn(u1,u2,y1,y2,y3,Modelo1,Modelo2,
2     Modelo3,Modelo4)
3
4 %#codegen
5 persistent S11 S21 S31 S41 deltaz11 deltaz21 deltaz31 deltaz41 TB11 TB21 TB31
6     TB41...
7     HUIO1 K11 K21 K31 K41 zh1 Ts1 k xh1 HUIO2 HUIO3 HUIO4
8
9 if isempty(k)
10     k=1;
11     %%Valores del observador UIO con C=C1 para el modelo local 1
12     HUIO1=[ 1.0000      0      0      0
13             0      0.6327      0.4821      0
14             0      0.4821      0.3673      0
15             0.8750      0      0      0
16             0      0      0      0];

```



```

15
16 K11=[      0   -0.0123   0.0162   0.3873
17       0.0084  -1.6328   2.1651   2.2490
18      -0.0110  -0.3633   0.4478   0.3443
19      -0.0003  -0.0526   0.0187   0.5694
20       0       1.8737  -2.4593  -1.6347];
21
22 S11=[-0.8035   -0.1318   -0.1260         0   -0.1318
23       0.1508   0.7783  -2.7851   0.0096   0.7826
24      -0.1268  -0.1033  -0.8442  -0.0126  -0.1090
25       0.0730   0.1026  -0.0310  -0.0261   0.1026
26      -0.4882  -1.6851   2.6030         0  -1.6851];
27 deltaz11= 1.0e-03 * [      0
28                      0.0085
29                      -0.0112
30                      0.3664
31                      0];
32 TB11= 1.0e-16 * [      0      0
33                   0   0.1208
34                   0  -0.0088
35                  -0.0694      0
36                   0      0];
37 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
38 %%Valores del observador UIO con C=C1 para el modelo local 2
39 HUIO2=[ 1.0000         0         0         0
40         0   0.6327   0.4821         0
41         0   0.4821   0.3673         0
42        0.2917         0         0         0
43         0         0         0         0];
44 K21=[ 0.0000   -0.0254   0.0333   0.3671
45       0.0047  -1.2397   1.6441   0.3070
46      -0.0061  -0.3514   0.4388   0.3405
47      -0.0079  -0.0034  -0.0096   0.4072
48       0.0000   1.4374  -1.8866   0.4742];
49 S21=[ -0.8023   -0.1363   -0.1565         0   -0.1363
50       -0.0290   0.4446  -2.2232   0.0160   0.4492
51      -0.1645  -0.1315  -0.8417  -0.0210  -0.1376
52      -0.0083   0.0035  -0.0043  -0.0436   0.0035
53      -0.3129  -1.3777   1.9321         0  -1.3777];
54 TB21=1.0e-16 * [      0.0990      0
55                   0   0.1208
56                   0  -0.0088
57                   0      0
58                   0      0];
59 deltaz21=1.0e-03 * [ -0.0000
60                      0.5047
61                      -0.6624
62                      -0.8199
63                      0];
64
65 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
66 %%Valores del observador UIO con C=C1 para el modelo local 3
67 HUIO3=[ 1.0000         0         0         0
68         0   0.8484   0.3586         0
69         0   0.3586   0.1516         0
70        0.8750         0         0         0
71         0         0         0         0];
72 S31=[ -0.8085   -0.1330  -0.1017         0   -0.1330
73       0.0528   0.4437  -4.2760   0.0045   0.4455
74      -0.1015  -0.0903  -0.8439  -0.0106  -0.0946
75       0.0611   0.0780  -0.0486  -0.0296   0.0780

```

```

76     -0.3974    -1.3523    4.1276         0    -1.3523];
77 TB31= 1.0e-17 * [      0          0
78                  0    -0.8255
79                  0    0.0717
80     -0.6939         0
81                  0    0];
82 K31=[      0    -0.0163    0.0386    0.3983
83         0.0039   -1.6026    3.8214    1.2787
84        -0.0093   -0.2846    0.6020    0.2276
85         0.0040   -0.0292   -0.0150    0.5477
86          0      1.6852   -3.9868   -0.5910];
87 deltaz31=1.0e-03 * [      0
88                     -0.0864
89                      0.2044
90                      0.4342
91                      0];
92 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
93 %%Valores del observador UIO con C=C1 para el modelo local 4
94 HUIO4=[ 1.0000         0         0         0
95         0      0.8484    0.3586         0
96         0      0.3586    0.1516         0
97        0.2917         0         0         0
98         0         0         0         0];
99 K41=[ 0.0000    -0.0339    0.0803    0.3639
100       0.0019   -1.6007    3.8084    0.9354
101      -0.0045   -0.2772    0.6046    0.3473
102      -0.0071   -0.0092    0.0009    0.4412
103       0.0000    1.6352   -3.8684   -0.1708];
104 S41=[ -0.8023   -0.1360   -0.1522         0   -0.1360
105       -0.1895    0.3079   -4.3286    0.0065    0.3095
106       -0.1525   -0.1268   -0.8375   -0.0154   -0.1307
107       -0.0078    0.0091   -0.0217   -0.0430    0.0091
108       -0.1570   -1.2410    4.0351         0   -1.2410];
109 deltaz41= 1.0e-03 * [ -0.0000
110                      0.3386
111                      -0.8009
112                      0.0512
113                      0];
114 TB41= 1.0e-17 * [      0.9903         0
115                  0    -0.8255
116                  0    0.0717
117                  0         0
118                  0         0];
119 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
120 xh1=[0;0;0;0;0]; %valores iniciales estados x
121 zh1=[0;0;0;0;0]; %valores iniciales estados z
122
123 Ts1=0.1; %tiempo de muestreo
124 end
125 %%mediciones de las salidas menos una
126 y=[y1;y2;y3;0];
127 %%calculo de los estados estimados
128 xh1= zh1+Modelo1*(HUIO1*y)+Modelo2*(HUIO2*y)+Modelo3*(HUIO3*y)+Modelo4*(HUIO4*
129     y);
130 h1UIO=xh1(1,1); %estado 1 estimado
131 h2UIO=xh1(2,1); %estado 2 estimado
132 h3UIO=xh1(3,1); %estado 3 estimado
133 h4UIO=xh1(4,1); %estado 4 estimado
134 f4e=xh1(5,1); %falla 4 estimada
135

```

```

136 zp1 = Modelo1*( S11*zh1 + TB11*[u1;u2] + K11*y+ deltaz11)+ Modelo2*( S21*zh1 +
      TB21*[u1;u2] + K21*y+ deltaz21)+Modelo3*( S31*zh1 + TB31*[u1;u2] + K31*y+
      deltaz31)+Modelo4*( S41*zh1 + TB41*[u1;u2] + K41*y+ deltaz41);
137 zh1=zh1+Ts1*zp1;
138
139 k=k+1;

```

Listing B.6: Código del bloque observador UIO2

```

1 %%
2
3 function [h1UIO,h2UIO,h3UIO,h4UIO,f6e] = fcn(u1,u2,y1,y2,y4,Modelo1,Modelo2,
      Modelo3,Modelo4,t)
4
5 %%codegen
6 persistent S1 S2 S3 S4 deltaz1 deltaz2 deltaz3 deltaz4 TB1 TB2 TB3 TB4...
      HUO1 HUO2 HUO3 HUO4 K1 K2 K3 K4 zh2 Ts k xh2
7
8
9
10 if isempty(k)
11 k=1;
12
13 %%Valores del observador UIO con C=C2 para el modelo local 1
14 HUO1=[ 0.5664 0 0 0.4956
15 0 1.0000 0 0
16 0 0.7619 0 0
17 0.4956 0 0 0.4336
18 0 0 0 0];
19
20 K1=[ 0.3068 0.0190 -4.7852 -0.3505
21 0.0031 0 0.3038 -0.0035
22 -2.0854 -0.0349 69.5536 2.3636
23 5.4724 -0.0218 -180.7572 -6.2548
24 -5.8277 0 187.3394 6.6606];
25 S1=[ -0.8097 -0.1374 0.0250 -0.0668 -0.0797
26 -0.1528 -0.7983 0 -0.1275 -0.1275
27 2.7805 -0.0211 -0.0576 -1.7752 -1.7553
28 -7.5541 0.0002 -0.0286 4.4071 4.4218
29 7.2705 -0.3458 0 -5.3978 -5.3978];
30 deltaz1= 1.0e-03 * [ -0.1816
31 0
32 -0.0177
33 0.2075
34 0];
35 TB1=1.0e-17*[0.8496 0
36 0 0
37 0 0
38 0.5486 0
39 0 0];
40 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
41 %%Valores del observador UIO con C=C2 para el modelo local 2
42 HUO2=[ 0.9216 0 0 0.2688
43 0 1.0000 0 0
44 0 0.7619 0 0
45 0.2688 0 0 0.0784
46 0 0 0 0];
47 K2=[ 0.0424 0.0029 -1.4628 -0.1382
48 -0.0144 0 -0.2011 0.0493
49 -0.4059 -0.0269 19.2388 1.3586
50 0.2740 -0.0098 -14.7694 -0.9644
51 -0.5051 0 18.7086 1.7319];

```

```

52 S2=[ -0.7944 -0.1463 0.0038 -0.0690 -0.0807
53 -0.1523 -0.7877 0 -0.0980 -0.0980
54 0.6085 -0.0829 -0.0480 -1.3327 -1.2995
55 -0.5753 0.0487 -0.0129 0.8351 0.8753
56 0.3162 -0.3325 0 -1.7871 -1.7871];
57 TB2=1.0e-16*[0.1482 0
58 0 0
59 0 0
60 0.0254 0
61 0 0];
62 deltaz2=[ 0.0002
63 0
64 -0.0010
65 -0.0008
66 0];
67 %%%%%%%%%%%%%%%
68 %Valores del observador UIO con C=C2 para el modelo local 3
69 HUIO3=[ 0.5664 0 0 0.4956
70 0 1.0000 0 0
71 0 0.4227 0 0
72 0.4956 0 0 0.4336
73 0 0 0 0];
74 S3=[ -0.7909 -0.1356 0.0417 -0.0859 -0.1005
75 -0.1531 -0.7918 0 -0.1306 -0.1306
76 0.2255 -0.0588 -0.0962 -0.2156 -0.2031
77 -2.3002 -0.1531 -0.0477 0.8372 0.8540
78 1.9728 -0.2119 0 -1.8198 -1.8198];
79 TB3=1.0e-17*[0.8496 0
80 0 0
81 0 0
82 0.5486 0
83 0 0];
84 K3=[ 0.2856 0.0176 -0.1781 -0.3287
85 0.0017 0 0.3566 -0.0019
86 -0.2046 -0.0356 1.1607 0.2213
87 1.4292 -0.0201 -5.3308 -1.6308
88 -1.7573 0 6.7172 2.0084];
89 deltaz3= 1.0e-03 * [ -0.2152
90 0
91 0.2409
92 0.2459
93 0];
94 %%%%%%%%%%%%%%%
95 %Valores del observador UIO con C=C2 para el modelo local 4
96 HUIO4=[ 0.9216 0 0 0.2688
97 0 1.0000 0 0
98 0 0.4227 0 0
99 0.2688 0 0 0.0784
100 0 0 0 0];
101 K4=[ 0.0294 0.0024 0.1101 -0.0943
102 -0.0216 0 0.2834 0.0739
103 -0.0607 -0.0255 0.8554 0.1899
104 0.0611 -0.0081 -0.7915 -0.2317
105 -0.2838 0 1.9948 0.9730];
106 S4=[ -0.7906 -0.1561 0.0056 -0.1157 -0.1273
107 -0.1567 -0.7904 0 -0.1259 -0.1259
108 0.0387 -0.0562 -0.0713 -0.2145 -0.1963
109 -0.3396 -0.0591 -0.0192 0.1093 0.1490
110 0.0116 -0.2720 0 -1.0523 -1.0523];
111 deltaz4= 1.0e-03 * [ -0.0138
112 0

```

```

113     -0.9440
114     0.0472
115     0];
116 TB4=1.0e-16*[0.1482      0
117              0          0
118              0          0
119              0.0254      0
120              0          0];
121 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
122
123 xh2=[0;0;0;0;0]; %valores iniciales estados x
124 zh2=[0;0;0;0;0]; %valores iniciales estados z
125
126 Ts=0.1;
127 end
128 %%mediciones de las salidas del modelo local medido menos una
129 y=[y1;y2;0;y4];
130 %%calcula de los estados estimados
131 xh2= zh2+Modelo1*(HUIO1*y)+Modelo2*(HUIO2*y)+Modelo3*(HUIO3*y)+Modelo4*(HUIO4*y
132 );
133 h1UIO=xh2(1,1); %estado 1 estimado
134 h2UIO=xh2(2,1); %estado 2 estimado
135 h3UIO=xh2(3,1); %estado 3 estimado
136 h4UIO=xh2(4,1); %estado 4 estimado
137 f6e=xh2(5,1); %falla 6 estimada
138 zp =Modelo1*( S1*zh2 + TB1*[u1;u2] + K1*y+ deltaz1)+ Modelo2*( S2*zh2 + TB2*[
139 u1;u2] + K2*y+ deltaz2)...
140 +Modelo3*( S3*zh2 + TB3*[u1;u2] + K3*y+ deltaz3)+Modelo4*( S4*zh2 +
141 TB4*[u1;u2] + K4*y+ deltaz4);
142 zh2=zh2+Ts*zp;
143
144 k=k+1;

```

Listing B.7: Código del bloque observador UIO

```

1
2 function [h1UIO,h2UIO,h3UIO,h4UIO,f1,f2,f5] = fcn(u1,u2,y,Modelo1,Modelo2,
3           Modelo3,Modelo4,t)
4
5 %codegen
6 persistent S13 S23 S33 S43 deltaz13 deltaz23 deltaz33 deltaz43 TB13 TB23 TB33
7           TB43...
8           HUIO3 K13 K23 K33 K43 zh3 Ts xh3
9
10 if isempty(xh3)
11 %%Valores del observador UIO con todos los estados medidos para el modelo local
12 1
13 HUIO3=[ 0.2500 0.2500 0.2500 0.2500
14         0.2500 0.2500 0.2500 0.2500
15         0.2500 0.2500 0.2500 0.2500
16         0.2500 0.2500 0.2500 0.2500
17         0      0      0      0
18         0      0      0      0
19         0      0      0      0];
20
21 K13=[ 1.3399 -0.4452 -0.4013 -0.4522
22      -0.4439 1.3423 -0.4469 -0.4278

```

```

23     33.4546   -15.6703    20.8257   -38.6582
24     -0.4444   -0.4503   -0.4436    1.3216
25    -157.4946  118.4868  -152.9617  191.9695
26    -130.4565  110.5549  -126.7498  146.6514
27    -33.9061   15.2234  -19.5339   38.2166];
28    S13=[   -1.6395    0.1678    0.1787    0.1719    0.0316   -0.0277    0.1211
29           0.1609   -1.6406    0.1575    0.1645   -0.0279    0.0351    0.1575
30          -29.4830   19.6384   -16.9182   42.6234   -0.0279    0.0202   -16.8606
31           0.1622    0.1645    0.1549   -1.6364    0.0242   -0.0277    0.1549
32          126.9023  -149.0792   122.3693  -222.5619         0         0   122.3693
33          105.1065  -135.9049   101.3998  -172.0013         0         0   101.3998
34           29.7993  -19.3302   15.4271  -42.3234         0         0   15.4271];
35    deltaz13=[   -0.0046
36               -0.0080
37               0.0086
38               0.0040
39               0
40               0
41               0];
42    TB13=[  0.0316   -0.0277
43          -0.0279    0.0351
44          -0.0279    0.0202
45           0.0242   -0.0277
46              0         0
47              0         0
48              0         0];
49     %%%%%%%%%%%
50     %%Valores del observador UIO con todos los estados medidos para el modelo local
51     2
52    K23=[   1.3415   -0.4426   -0.4090   -0.4511
53          -0.4444    1.3413   -0.4490   -0.4097
54          -2.2081   13.2278  -16.6151    5.5547
55          -0.4482   -0.4497   -0.4488    1.3103
56          13.6863  -10.3070   13.5122  -16.8915
57           5.7114    8.1258    5.5937  -19.4309
58           1.7592  -13.6768   17.9219   -6.0042];
59    S23=[   -1.6356    0.1639    0.1752    0.1693    0.0604   -0.0277    0.1272
60           0.1587   -1.6405    0.1592    0.1634   -0.0288    0.0351    0.1592
61          -1.3108  -16.7477   13.0441   -9.0777   -0.0288    0.0202   13.0921
62           0.1625    0.1631    0.1590   -1.6437   -0.0028   -0.0277    0.1590
63          -10.9838   13.0094  -10.8098   19.5940         0         0  -10.8098
64           -4.5927   -7.0071   -4.4749   20.5496         0         0   -4.4749
65           1.6252   17.0612  -14.5375    9.3886         0         0  -14.5375];
66    TB23=[   0.0604   -0.0277
67          -0.0288    0.0351
68          -0.0288    0.0202
69          -0.0028   -0.0277
70              0         0
71              0         0
72              0         0];
73    deltaz23=[   -0.0433
74               -0.0084
75               0.0108
76               0.0409
77               0
78               0
79               0];
80     %%%%%%%%%%%
81     %%Valores del observador UIO con todos los estados medidos para el modelo local

```

```

82 S33=[
83     -1.6249     0.1733     0.1836     0.1806     0.0316    -0.0272     0.0874
84         0.1603    -1.6396     0.1581     0.1631    -0.0279     0.0492     0.1581
85     -9.8218     2.0637    -3.2463    13.1545    -0.0279     0.0051    -3.1501
86         0.1656     0.1631     0.1521    -1.6329     0.0242    -0.0272     0.1521
87     28.2110   -21.0518    26.5160   -60.1911         0         0    26.5160
88     19.1600   -24.5085    18.1107   -30.8729         0         0    18.1107
89     10.1208   -1.7606     1.7525   -12.8652         0         0     1.7525];
90 TB33=[ 0.0316    -0.0272
91        -0.0279     0.0492
92        -0.0279     0.0051
93         0.0242    -0.0272
94         0         0
95         0         0
96         0         0];
97 K33=[ 1.3275    -0.4422    -0.3593    -0.4525
98       -0.4413     1.3410    -0.4476    -0.4230
99       10.3678    -1.5232     3.6876   -12.6169
100      -0.4451    -0.4481    -0.4401     1.3153
101     -34.8399    14.4228   -33.1449    53.5621
102     -23.6877    19.9809   -22.6384    26.3452
103     -10.8090     1.0725    -2.4406    12.1771];
104 deltaz33=[ -0.0047
105            -0.0212
106             0.0228
107             0.0032
108             0
109             0
110             0];
111 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
112 %Valores del observador UIO con todos los estados medidos para el modelo local
113 %4
114 K43=[ 1.3339    -0.4416    -0.3853    -0.4470
115       -0.4434     1.3422    -0.4494    -0.4097
116       -3.8718     5.6020   -12.8392    11.0451
117       -0.4447    -0.4490    -0.4443     1.3024
118       16.1127    -6.7554    15.7924   -25.1497
119       5.4919     7.8695     5.3290   -18.6904
120       3.4260    -6.0535    14.1182   -11.4907];
121 S43=[ -1.6250     0.1673     0.1795     0.1700     0.0604    -0.0272     0.1082
122        0.1582    -1.6402     0.1595     0.1629    -0.0288     0.0492     0.1595
123        1.1086    -8.3671    10.0001   -13.8130    -0.0288     0.0051    10.0714
124        0.1605     0.1629     0.1554    -1.6343    -0.0028    -0.0272     0.1554
125       -12.9542     9.9139   -12.6340    28.3082         0         0   -12.6340
126       -4.4261    -6.8037    -4.2632    19.7563         0         0    -4.2632
127       -0.8024     8.6771   -11.4946    14.1144         0         0   -11.4946];
128 deltaz43=[-0.0453
129           -0.0271
130            0.0316
131            0.0408
132             0
133             0
134             0];
135 TB43=[ 0.0604    -0.0272
136        -0.0288     0.0492
137        -0.0288     0.0051
138        -0.0028    -0.0272
139         0         0
140         0         0
141         0         0];

```



```

142 xh3=[0;0;0;0;0;0;0]; % valores iniciales estados x
143 zh3=[0;0;0;0;0;0;0]; % valores iniciales estados z
144 Ts=0.1; % tiempo de muestreo
145 end
146 %% calculo de los estados estimados
147 xh3= zh3+HUIO3*y;
148
149 h1UIO=xh3(1,1); % estado 1 estimado
150 h2UIO=xh3(2,1); % estado 2 estimado
151 h3UIO=xh3(3,1); % estado 3 estimado
152 h4UIO=xh3(4,1); % estado 4 estimado
153 f1=xh3(5,1); % falla 1 estimada
154 f2=xh3(6,1); % falla 2 estimada
155 f5=xh3(7,1); % falla 3 estimada
156
157
158 zp = Modelo1*( S13*zh3 + TB13*[u1;u2] + K13*y+ deltaz13)+ Modelo2*( S23*
    zh3 + TB23*[u1;u2] + K23*y+ deltaz23)...
159 +Modelo3*( S33*zh3 + TB33*[u1;u2] + K33*y+ deltaz33)+Modelo4*( S43*zh3
    + TB43*[u1;u2] + K43*y+ deltaz43);
160 zh3=zh3+Ts*zp;

```

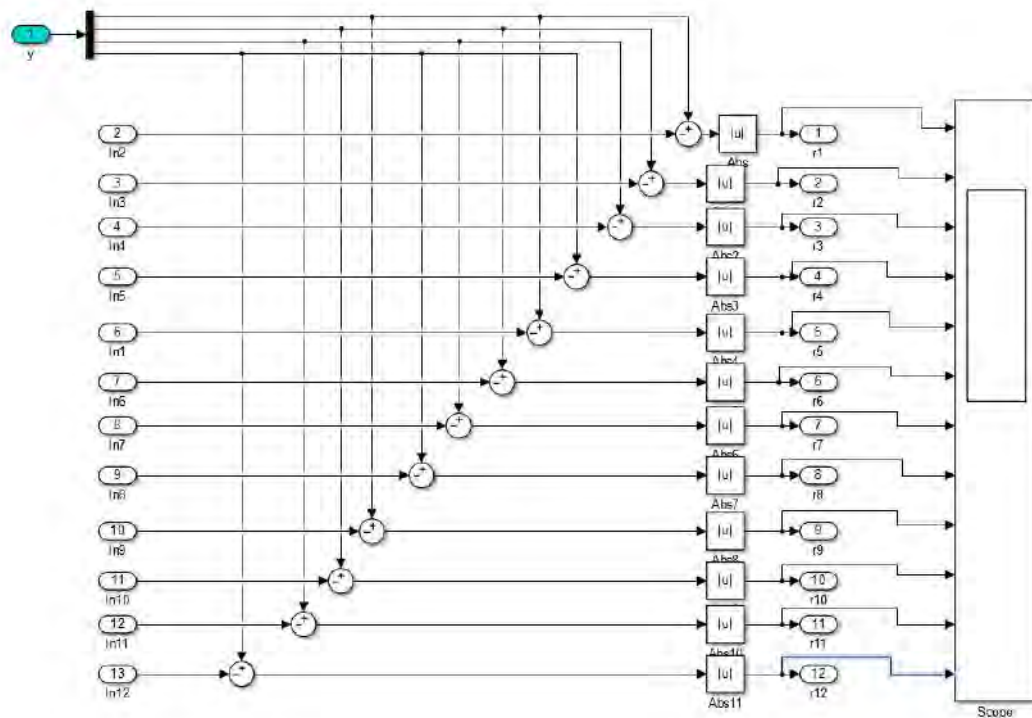


Figura B.6: Bloque interno del bloque generación residual GOS UIO

B.1.4. Esquema GOS PIO

En la figura B.8 se muestra el esquema interno del bloque observador GOS PIO

Listing B.8: Código del bloque observador PIO1

1
2

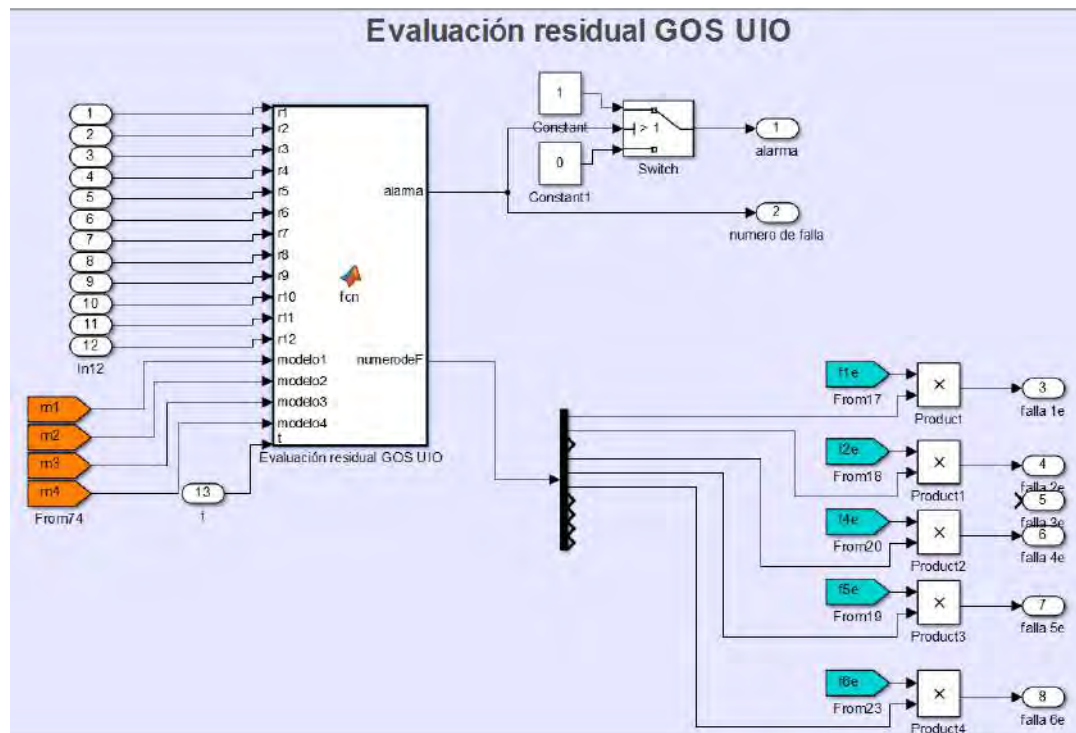


Figura B.7: Bloque interno de evaluación residual

```

3 function [h1PIO, h2PIO, h3PIO, h4PIO, f3e] = fcn(u1, u2, y1, y2, y3, Modelo1, Modelo2,
4         Modelo3, Modelo4)
5
6 %%codegen
7 persistent k N1pio N2pio N3pio N4pio H1pio Mpio G1pio G2pio G3pio G4pio ...
8         L1pio L2pio L3pio L4pio deltazp1 deltazp2 deltazp3 deltazp4 Phipio1 ...
9         Phipio2 Phipio3 Phipio4 C Ts xhP zpio zhpio
10
11 if isempty(k)
12     k=1;
13     %%Valores de la matriz C aumentada
14     C=[
15         1 0 0 0 0 1
16         0 1 0 0 0 0
17         0 0 1 0 0 0
18         0 0 0 0 0 0];
19     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
20     %%Valores de las matrices para el observador PIO1 del modelo local 1
21     N1pio=[ 2.9877 -0.2527 -0.8605 0 3.0049
22             -0.0292 -0.6435 -0.0460 0.0131 -0.0292
23             -0.0533 -0.0478 -0.7356 0 -0.0533
24             -0.1078 -1.4011 -0.2539 -0.0261 -0.1078
25             -3.8934 0.0740 0.6874 0 -3.9020];
26
27     H1pio=1.0e-03 * [ 0.6667
28                     0.5000
29                     0.5000
30                     1.0000
31                     -0.3333];
32     Mpio=[ 0.6667 0 0 0
33           0 0.5000 0 0
34           0 0 0.5000 0

```

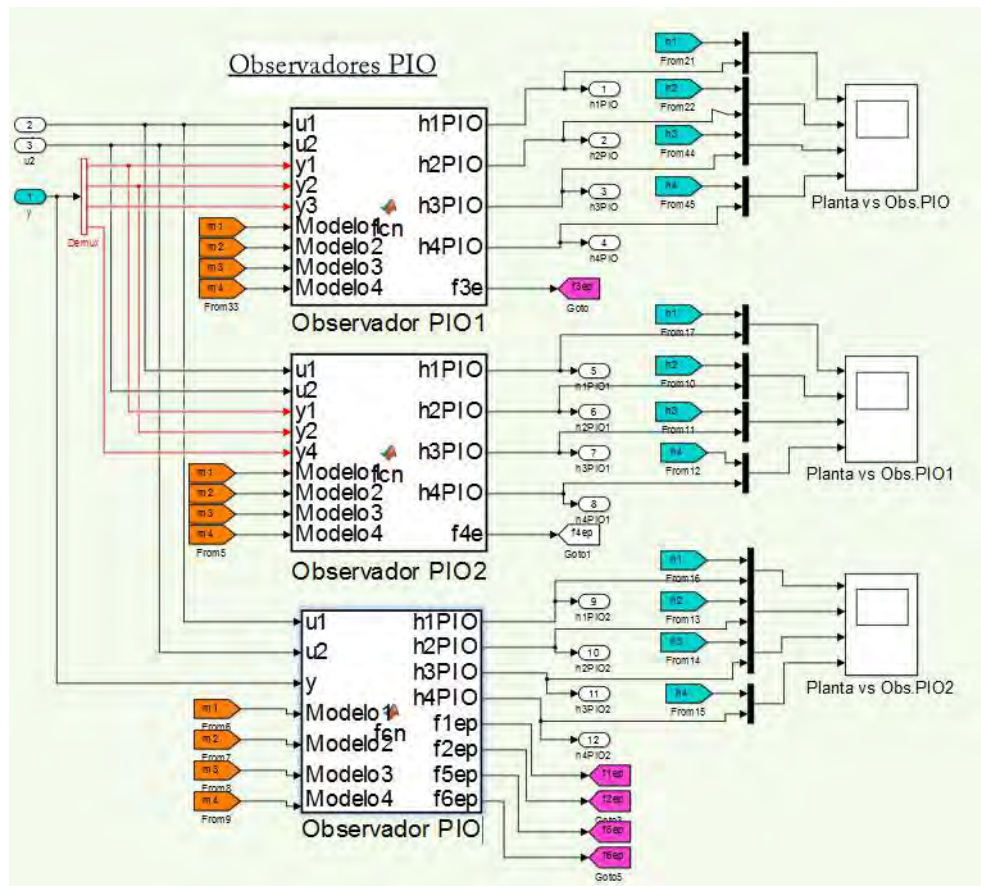


Figura B.8: Bloque interno del bloque observador GOS PIO

```

35         0           0           0           1.0000
36     -0.3333        0           0           0];
37     G1pio=[ 0.0396        0
38             0           0.0314
39             0           0.0239
40             0.0520        0
41             -0.0198        0];
42
43     L1pio=[ -2.0147    0.1263    0.4687   463.5599
44             0.0195    0.3159    0.0230   32.2997
45             0.0355    0.0239    0.3390   35.5937
46             0.0719    0.7006    0.1270   92.6400
47             2.6071   -0.0370   -0.3629  -517.0819];
48     deltazp1=[ -0.0441
49                -0.0347
50                -0.0265
51                -0.0575
52                0.0220];
53
54     Phipio1=1.0e+03 * [ 0.0053    0.0440    0.0481    7.7143];
55     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
56     %%Valores de las matrices para el observador PIO1 del modelo local 2
57     N2pio=[ 5.9262    0.0534    0.3097        0    5.9372
58            -0.0189   -0.6758   -0.0461    0.0218   -0.0189
59            -0.0545   -0.0462   -0.7134        0   -0.0545
60            -0.0905   -0.9593   -0.4731   -0.0436   -0.0905
61            -6.8523   -0.2410   -0.5227        0   -6.8578];
62     G2pio=[ 0.0595        0

```

```

63         0          0.0314
64         0          0.0239
65         0.0260      0
66         -0.0297     0];
67 L2pio=[ -3.9655    -0.0267    -0.1229    523.1856
68         0.0126     0.3316     0.0230     37.5794
69         0.0363     0.0231     0.3327     16.3962
70         0.0603     0.4796     0.2366     94.8272
71         4.5755     0.1205     0.2454   -565.7031];
72 deltazp2=[ -0.0800
73            -0.0425
74            -0.0329
75            -0.0358
76             0.0400];
77 Phipio2= 1.0e+03 * [ 0.0042    0.0423    0.0310    4.9749];
78 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
79 %%Valores de las matrices para el observador PIO1 del modelo local 3
80 N3pio=[ 1.7133    -0.3333    -0.7296      0     1.7360
81         -0.0336    -0.6462    -0.0501     0.0148   -0.0336
82         -0.0661    -0.0583    -0.7602      0    -0.0661
83         -0.1107    -1.2780    -0.4419    -0.0296   -0.1107
84         -2.6138     0.1491     0.5666      0    -2.6252];
85 G3pio=[ 0.0396      0
86         0          0.0382
87         0          0.0162
88         0.0520      0
89         -0.0198     0];
90 L3pio=[ -1.1725     0.1667     0.4289    280.2938
91         0.0224     0.3171     0.0251     31.4103
92         0.0440     0.0292     0.3320     32.0629
93         0.0738     0.6390     0.2210    105.5758
94         1.7577    -0.0746    -0.3153   -329.7838];
95 deltazp3= [ -0.0395
96            -0.0379
97            -0.0159
98            -0.0514
99             0.0198];
100 Phipio3=1.0e+03 * [ 0.0055    0.0429    0.0453    6.6816];
101 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
102 %%Valores de las matrices para el observador PIO1 del modelo local 4
103 N4pio=[ 5.0690    -0.0349     0.1400      0     5.0815
104         -0.0187    -0.6904    -0.0527     0.0215   -0.0187
105         -0.0585    -0.0502    -0.7332      0    -0.0585
106         -0.0883    -0.9766    -0.5023    -0.0430   -0.0883
107         -6.0126    -0.1491    -0.3478      0    -6.0188];
108 G4pio=[ 0.0595      0
109         0          0.0382
110         0          0.0162
111         0.0260      0
112         -0.0297     0];
113 L4pio=[ -3.3960     0.0174    -0.0224    455.1340
114         0.0125     0.3398     0.0264     37.2319
115         0.0390     0.0251     0.3309     18.1754
116         0.0589     0.4883     0.2512     95.1149
117         4.0167     0.0745     0.1501   -498.9265];
118 deltazp4=[ -0.0810
119            -0.0517
120            -0.0223
121            -0.0354
122             0.0405];
123 Phipio4= 1.0e+03 * [ 0.0040    0.0425    0.0325    4.9998];

```

```

124 zhpio=[0;0;0;0;0]; %valores iniciales z
125 xhP=[0;0;0;0;0]; %valores iniciales x estimado
126
127 Ts=0.1;
128 end
129 %%mediciones de las salidas provenientes de los estados reales menos una
130 y=[y1;y2;y3;0];
131 %%calculo de los estados estimados
132 ypio= C*xhP;
133 dpio= Modelo1*(Phipio1*(y-ypio))+Modelo2*(Phipio2*(y-ypio))+Modelo3*(
    Phipio3*(y-ypio))...
134 +Modelo4*(Phipio4*(y-ypio));
135
136 zpio =Modelo1*(N1pio*zhpio + G1pio*[u1;u2] + L1pio*y+ H1pio*dpio +deltazp1)
    +Modelo2*(N2pio*zhpio + G2pio*[u1;u2] + L2pio*y+ H1pio*dpio +deltazp2)...
137 +Modelo3*(N3pio*zhpio + G3pio*[u1;u2] + L3pio*y+ H1pio*dpio +deltazp3)+
    Modelo4*(N4pio*zhpio + G4pio*[u1;u2] + L4pio*y+ H1pio*dpio +deltazp4)
    ;
138
139 zhpio=zhpio+Ts*zpio;
140 xhP=zhpio+Mpio*y;
141
142 h1PIO=xhP(1,1); % salida del estado 1 estimado
143 h2PIO=xhP(2,1); % salida del estado 2 estimado
144 h3PIO=xhP(3,1); % salida del estado 3 estimado
145 h4PIO=xhP(4,1); % salida del estado 4 estimado
146 f3e=xhP(5,1); % salida de la falla 3 estimada
147
148 k=k+1;

```

Listing B.9: Código del bloque observador PIO2

```

1
2
3 function [h1PIO,h2PIO,h3PIO,h4PIO,f4e] = fcn(u1,u2,y1,y2,y4,Modelo1,Modelo2,
    Modelo3,Modelo4)
4
5 %Variables para el calculo de los estados estimados
6 persistent k N1pio N2pio N3pio N4pio H1pio Mpio G1pio G2pio G3pio G4pio ...
7 L1pio L2pio L3pio L4pio deltazp1 deltazp2 deltazp3 deltazp4 Phipio1 ...
8 Phipio2 Phipio3 Phipio4 C Ts xhP zpio zhpio
9
10
11 if isempty(k)
12 k=1;
13 %Valores de la matriz C aumentada
14 C=[ 1 0 0 0 0
15 0 1 0 0 1
16 0 0 0 0 0
17 0 0 0 1 0];
18 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
19 %%Valores de las matrices para el observador PIO2 del modelo local 1
20 N1pio=[ -0.6752 -0.0236 0.0288 -0.0412 -0.0236
21 0.5280 8.8265 0 1.0856 8.8344
22 -0.7369 -0.0834 -0.0576 -0.3645 -0.0834
23 -0.0438 -0.0550 0 -0.6957 -0.0550
24 -0.7228 -9.7326 0 -1.3095 -9.7366];
25
26
27 H1pio=1.0e-03 * [ 0.5000
28 0.6667

```



```

29     1.0000
30     0.5000
31     -0.3333];
32 Mpio=[     0.5000         0         0         0
33         0     0.6667         0         0
34         0         0     1.0000         0
35         0         0         0     0.5000
36         0     -0.3333         0         0];
37 G1pio=[     0.0297         0
38         0     0.0419
39         0     0.0479
40         0.0260         0
41         0     -0.0209];
42
43 L1pio=[     0.3247     0.0158    37.8407     0.0206
44        -0.2640    -5.8949   656.5593    -0.5254
45         0.3684     0.0556    72.8909     0.1822
46         0.0219     0.0366    11.3857     0.3348
47         0.3614     6.4937  -694.3989     0.6461];
48 deltazp1=[ -0.0331
49        -0.0463
50        -0.0529
51        -0.0288
52         0.0232];
53
54 Phipio1=1e3*[     0.0410     0.0045     4.4213     0.0264];
55 N2pio=[ -0.6644    -0.0231     0.0240    -0.0453    -0.0231
56         0.4576     8.1861         0     0.8144     8.1945
57        -0.8677    -0.0923    -0.0480    -0.4370    -0.0923
58        -0.0460    -0.0553         0    -0.6989    -0.0553
59        -0.6527    -9.0913         0    -1.0320    -9.0955];
60 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
61 %Valores de las matrices para el observador PIO2 del modelo local 2
62 G2pio=[ 0.0446         0
63         0     0.0419
64         0     0.0479
65         0.0130         0
66         0     -0.0209];
67 L2pio=[ 0.3239     0.0154    36.8648     0.0226
68        -0.2288    -5.4686   651.9288    -0.3781
69         0.4339     0.0616    86.2489     0.2185
70         0.0230     0.0369    14.4168     0.3276
71         0.3263     6.0665  -691.6585     0.5015];
72 deltazp2=[ -0.0600
73        -0.0567
74        -0.0659
75        -0.0179
76         0.0284];
77 Phipio2= 1.0e+03 *[     0.0410     0.0045     4.6542     0.0288];
78 N3pio=[ -0.6723    -0.0192     0.0481    -0.0357    -0.0192
79         0.6527     8.6580         0     1.2896     8.6660
80        -0.4356    -0.0531    -0.0962    -0.2223    -0.0531
81        -0.0406    -0.0545         0    -0.6878    -0.0545
82        -0.8394    -9.5574         0    -1.5101    -9.5614];
83
84 G3pio=[     0.0297         0
85         0     0.0509
86         0     0.0323
87         0.0260         0
88         0     -0.0255];
89 L3pio=[ 0.3191     0.0128    37.6485     0.0178

```

```

90     -0.3264    -5.7827    596.2023    -0.6251
91     0.2178     0.0354     43.8705     0.1112
92     0.0203     0.0363     9.8623     0.3291
93     0.4197     6.3770   -632.6954     0.7452];
94     deltazp3=[-0.0296
95               -0.0506
96               -0.0318
97               -0.0257
98               0.0253];
99     Phipio3= 1.0e+03 * [ 0.0395    0.0042    4.1461    0.0244];
100     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
101     %%Valores de las matrices para el observador PIO del modelo local 4
102     N4pio=[-0.6736    -0.0230    0.0357    -0.0427    -0.0230
103            0.7414     9.7510         0     1.3404     9.7583
104            -0.5972    -0.0741    -0.0713    -0.3171    -0.0741
105            -0.0433    -0.0584         0    -0.6965    -0.0584
106            -0.9304   -10.6540         0    -1.5613   -10.6576
107     ];
108     G4pio=[ 0.0446         0
109            0     0.0509
110            0     0.0323
111            0.0130         0
112            0    -0.0255];
113     L4pio=[ 0.3274     0.0153    36.6227     0.0214
114            -0.3707    -6.5104    676.7699    -0.6415
115            0.2986     0.0494    58.8824     0.1585
116            0.0217     0.0389    11.6832     0.3267
117            0.4652     7.1075   -713.8713     0.7663];
118     deltazp4=[ -0.0608
119               -0.0689
120               -0.0446
121               -0.0177
122               0.0344];
123     Phipio4=1e3*[ 0.0401    0.0045    4.2319    0.0262];
124     zhpio=[0;0;0;0]; %valores iniciales z
125     xhP=[0;0;0;0]; %valores iniciales x estimado
126     Ts=0.1; %tiempo de muestreo
127     end
128     %%mediciones de las salidas provenientes de los estados reales menos una
129     y=[y1;y2;0;y4];
130     %%calcula de los estados estimados
131     ypio=C*xhP;
132     dpio=Modelo1*(Phipio1*(y-ypio))+Modelo2*(Phipio2*(y-ypio))+Modelo3*(Phipio3
133           *(y-ypio))...
134           +Modelo4*(Phipio4*(y-ypio));
135
136     zpio=Modelo1*(N1pio*zhpio + G1pio*[u1;u2] + L1pio*y+ H1pio*dpio +deltazp1)+
137           Modelo2*(N2pio*zhpio + G2pio*[u1;u2] + L2pio*y+ H1pio*dpio +deltazp2)...
138           +Modelo3*(N3pio*zhpio + G3pio*[u1;u2] + L3pio*y+ H1pio*dpio +deltazp3)
139           +Modelo4*(N4pio*zhpio + G4pio*[u1;u2] + L4pio*y+ H1pio*dpio +
140           deltazp4);
141
142     zhpio=zhpio+Ts*zpio;
143     xhP=zhpio+Mpio*y;
144
145     h1PIO=xhP(1,1); % salida del estado 1 estimado
146     h2PIO=xhP(2,1); % salida del estado 2 estimado
147     h3PIO=xhP(3,1); % salida del estado 3 estimado
148     h4PIO=xhP(4,1); % salida del estado 4 estimado
149     f4e=xhP(5,1); % salida de la falla 4 estimado
150     k=k+1;

```


Listing B.10: Código del bloque observador PIO

```

1
2
3 function [h1PIO,h2PIO,h3PIO,h4PIO,f1ep,f2ep,f5ep,f6ep] = fcn(u1,u2,y,Modelo1,
4     Modelo2,Modelo3,Modelo4)
5
6 %Variables para el calculo de los estados estimados
7 persistent k N1pio N2pio N3pio N4pio Mpio G1pio G2pio G3pio G4pio ...
8     L1pio L2pio L3pio L4pio deltazp1 deltazp2 deltazp3 deltazp4 Phipio1 ...
9     Phipio2 Phipio3 Phipio4 C Ts xhP zpio zhpio H1pio H2pio H3pio H4pio
10
11 if isempty(k)
12     k=1;
13     %Valores de la matriz C aumentada
14     C=[ 1 0 0 0 0 0
15         0 1 0 0 0 0
16         0 0 1 0 1 0
17         0 0 0 1 0 1 ];
18     %%Valores de las matrices para el observador PIO del modelo local 1
19     N1pio=[ -0.7552 -0.1210 -0.0862 -0.5460 -0.1151 -0.5460
20             -0.1086 -0.7276 -0.6358 -0.0950 -0.6358 -0.1081
21             -1.4386 -1.6395 0.3122 0.3921 0.3506 0.3921
22             -1.0745 -0.7173 -0.1145 -0.1535 -0.1145 -0.1361
23             1.4364 1.5587 -1.1802 -0.5092 -1.1994 -0.5092
24             0.9495 0.6996 -0.0169 -0.6825 -0.0169 -0.6912];
25
26     H1pio=[ 0.0297 0
27             0 0.0314
28             0 0.0319
29             0.0347 0
30             0 -0.0160
31             -0.0173 0];
32     Mpio=[ 0.5000 0 0 0
33            0 0.5000 0 0
34            0 0 0.6667 0
35            0 0 0 0.6667
36            0 0 -0.3333 0
37            0 0 0 -0.3333];
38     G1pio=[ 0.0297 0
39            0 0.0314
40            0 0.0319
41            0.0347 0
42            0 -0.0160
43            -0.0173 0];
44
45     L1pio=[ 0.3647 0.0605 0.0959 0.3640
46            0.0543 0.3579 0.4238 0.0808
47            0.7193 0.8198 -0.2594 -0.2614
48            0.5372 0.3586 0.0764 0.0791
49            -0.7182 -0.7794 0.8124 0.3395
50            -0.4747 -0.3498 0.0113 0.4666];
51     deltazp1=[ -0.0331
52               -0.0347
53               -0.0353
54               -0.0383
55               0.0176
56               0.0192];
57
58     Phipio1=[ 6.8033 2.0320 8.3684 18.6329
59              3.1128 6.8496 20.0754 6.8135];

```

```

60 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
61 %%Valores de las matrices para el observador PIO del modelo local 2
62 H2pio=[ 0.0446 0
63 0 0.0314
64 0 0.0319
65 0.0173 0
66 0 -0.0160
67 -0.0087 0];
68 N2pio=[ -0.7899 -0.1837 -0.1203 -1.5571 -0.1443 -1.5571
69 -0.1003 -0.7644 -0.6008 -0.1731 -0.6008 -0.1949
70 -0.5584 -1.6822 0.8817 -0.7959 0.9137 -0.7959
71 -1.4659 -1.0468 -0.6340 2.2661 -0.6340 2.2951
72 0.5500 1.5891 -1.7281 0.6133 -1.7441 0.6133
73 1.4436 1.0466 0.5844 -3.1467 0.5844 -3.1612
74 ];
75 G2pio=[ 0.0446 0
76 0 0.0314
77 0 0.0319
78 0.0173 0
79 0 -0.0160
80 -0.0087 0
81 ];
82 L2pio=[ 0.3867 0.0919 0.1122 1.0381
83 0.0502 0.3759 0.4005 0.1445
84 0.2792 0.8411 -0.6304 0.5306
85 0.7330 0.5234 0.4227 -1.5495
86 -0.2750 -0.7945 1.1734 -0.4089
87 -0.7218 -0.5233 -0.3896 2.1171
88 ];
89 deltazp2=[ -0.0600
90 -0.0425
91 -0.0439
92 -0.0239
93 0.0220
94 0.0119
95 ];
96 Phipio2=[ 5.6185 3.0313 7.3715 34.6137
97 1.6478 7.2159 18.3317 14.3829
98 ];
99 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
100 %%Valores de las matrices para el observador PIO del modelo local 3
101 H3pio=[ 0.0297 0
102 0 0.0382
103 0 0.0215
104 0.0347 0
105 0 -0.0108
106 -0.0173 0];
107 N3pio=[ -0.8067 -0.1306 0.0120 -0.5464 -0.0361 -0.5464
108 -0.1708 -0.8662 -1.1514 0.0903 -1.1514 0.0755
109 -0.8128 -1.6027 1.1620 0.6234 1.2261 0.6234
110 -2.0298 -0.1590 -0.1905 1.2936 -0.1905 1.3133
111 0.8206 1.5823 -2.1263 -0.6860 -2.1584 -0.6860
112 1.8994 0.1601 0.0351 -2.1727 0.0351 -2.1826];
113 G3pio=[ 0.0297 0
114 0 0.0382
115 0 0.0215
116 0.0347 0
117 0 -0.0108
118 -0.0173 0];
119 L3pio=[ 0.3863 0.0653 0.0561 0.3642
120 0.0854 0.4271 0.7676 -0.0405

```

```

121     0.4064     0.8014    -0.8601    -0.4156
122     1.0149     0.0795     0.1270    -0.8887
123    -0.4103    -0.7912     1.4603     0.4573
124    -0.9497    -0.0801    -0.0234     1.4616];
125 deltazp3=[-0.0296
126            -0.0379
127            -0.0212
128            -0.0343
129             0.0106
130             0.0171];
131 Phipio3=[     8.1842     0.6908    10.3832    19.6203
132            2.9511     7.8230    32.0014     2.8723];
133 %%%%%%%%%%%
134 %%Valores de las matrices para el observador PIO del modelo local 4
135 H4pio=[ 0.0446     0
136         0     0.0382
137         0     0.0215
138         0.0173     0
139         0    -0.0108
140        -0.0087     0];
141 N4pio=[ -0.8759    -0.1547     0.0374    -1.5496     0.0017    -1.5496
142         -0.1104    -0.8965    -0.9975     0.0537    -0.9975     0.0322
143         -0.2444    -2.2966     3.3818    -0.4382     3.4293    -0.4382
144         -2.2223    -0.1749    -0.9506     5.4238    -0.9506     5.4525
145         0.2442     2.2743    -4.3456     0.3515    -4.3694     0.3515
146         2.2017     0.1726     0.8945    -6.3745     0.8945    -6.3888];
147 G4pio=[ 0.0446     0
148         0     0.0382
149         0     0.0215
150         0.0173     0
151         0    -0.0108
152        -0.0087     0
153 ];
154 L4pio=[ 0.4286     0.0774     0.0226     1.0330
155         0.0552     0.4428     0.6650    -0.0071
156         0.1222     1.1483    -2.3179     0.2921
157         1.1112     0.0875     0.6337    -3.6541
158        -0.1221    -1.1371     2.9288    -0.2343
159        -1.1009    -0.0863    -0.5964     4.2688];
160 deltazp4=[ -0.0608
161            -0.0517
162            -0.0297
163            -0.0236
164             0.0149
165             0.0118];
166 Phipio4=[ 7.0157     1.0347     8.8509    36.1123
167            1.0850     8.5896    27.8766     9.6762];
168 zhpio=[0;0;0;0;0;0];
169 xhP=[0;0;0;0;0;0];
170 Ts=0.1;
171 end
172 %%En este observador se miden todas las salidas del modelo local
173 %%calcula de los estados estimados
174 ypio=C*xhP;
175 dpio=Modelo1*(Phipio1*(y-ypio))+Modelo2*(Phipio2*(y-ypio))+Modelo3*(Phipio3
176                                     *(y-ypio))+
177                                     +Modelo4*(Phipio4*(y-ypio)); % Calculo de las perturbacionez
178 zpio =Modelo1*(N1pio*zhpio + G1pio*[u1;u2] + L1pio*y+ H1pio*dpio +deltazp1
179                                     )+ Modelo2*(N2pio*zhpio + G2pio*[u1;u2] + L2pio*y+ H2pio*dpio +
180                                     deltazp2)...
```

```

179 +Modelo3*(N3pio*zhpio + G3pio*[u1;u2] + L3pio*y+ H3pio*dpio +deltazp3)+
180     Modelo4*(N4pio*zhpio + G4pio*[u1;u2] + L4pio*y+ H4pio*dpio +deltazp4);
181
182 zhpio=zhpio+Ts*zpio;
183 xhP=zhpio+Mpio*y;
184
185 %%==== Salidas====$$
186 h1PIO=xhP(1,1); % salida del estado 1 estimado
187 h2PIO=xhP(2,1); % salida del estado 2 estimado
188 h3PIO=xhP(3,1); % salida del estado 3 estimado
189 h4PIO=xhP(4,1); % salida del estado 4 estimado
190 f5ep=xhP(5,1); % salida de la falla 5 estimada
191 f6ep=xhP(6,1); % salida de la falla 6 estimada
192 f1ep=dpio(1,1); % salida de la falla 1 estimada
193 f2ep=dpio(2,1); % salida de la falla 2 estimada
194
195 k=k+1;

```

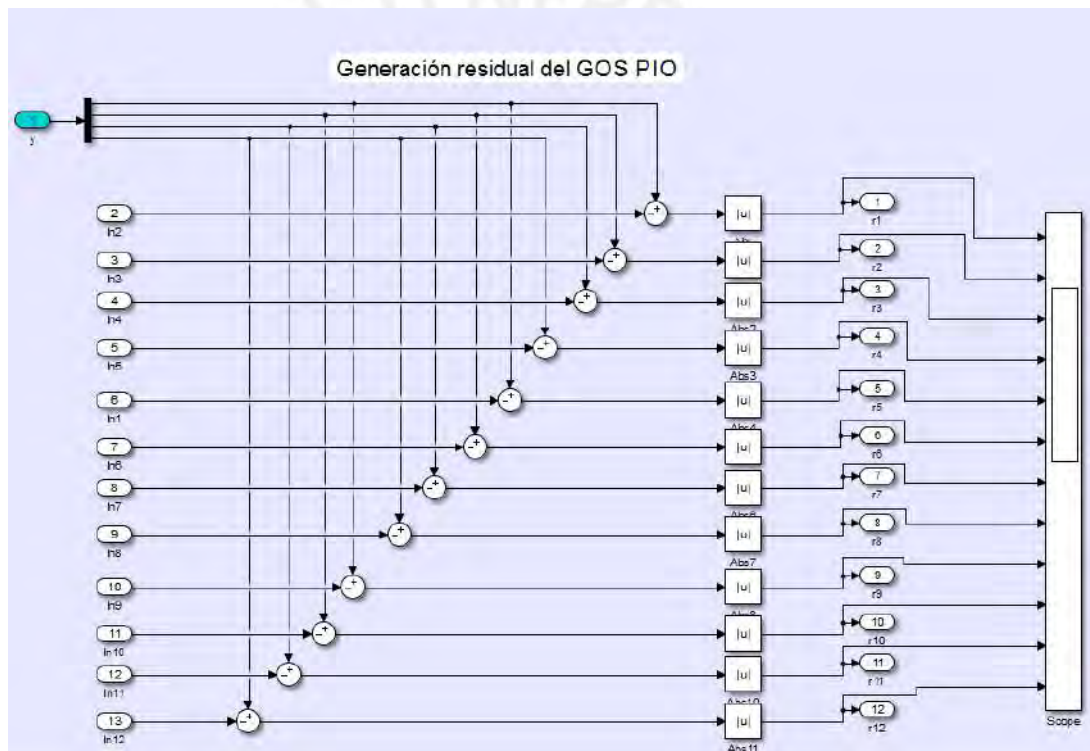


Figura B.9: Bloque generación residual GOS PIO

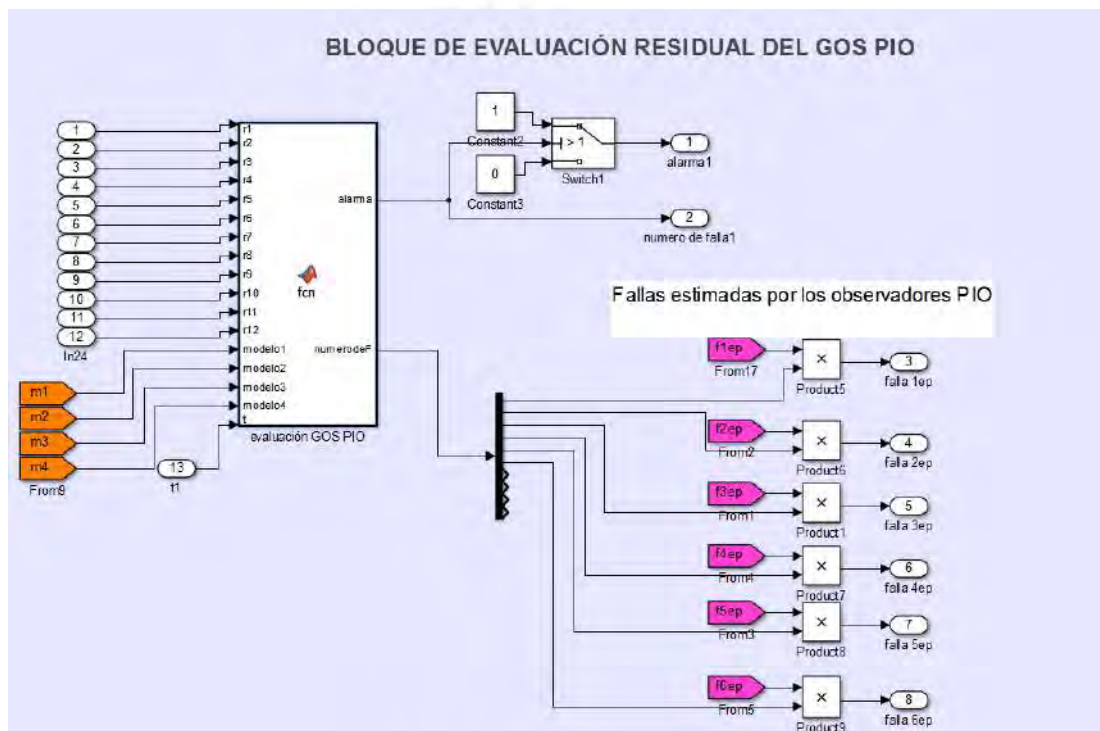


Figura B.10: Bloque evaluación residual GOS PIO